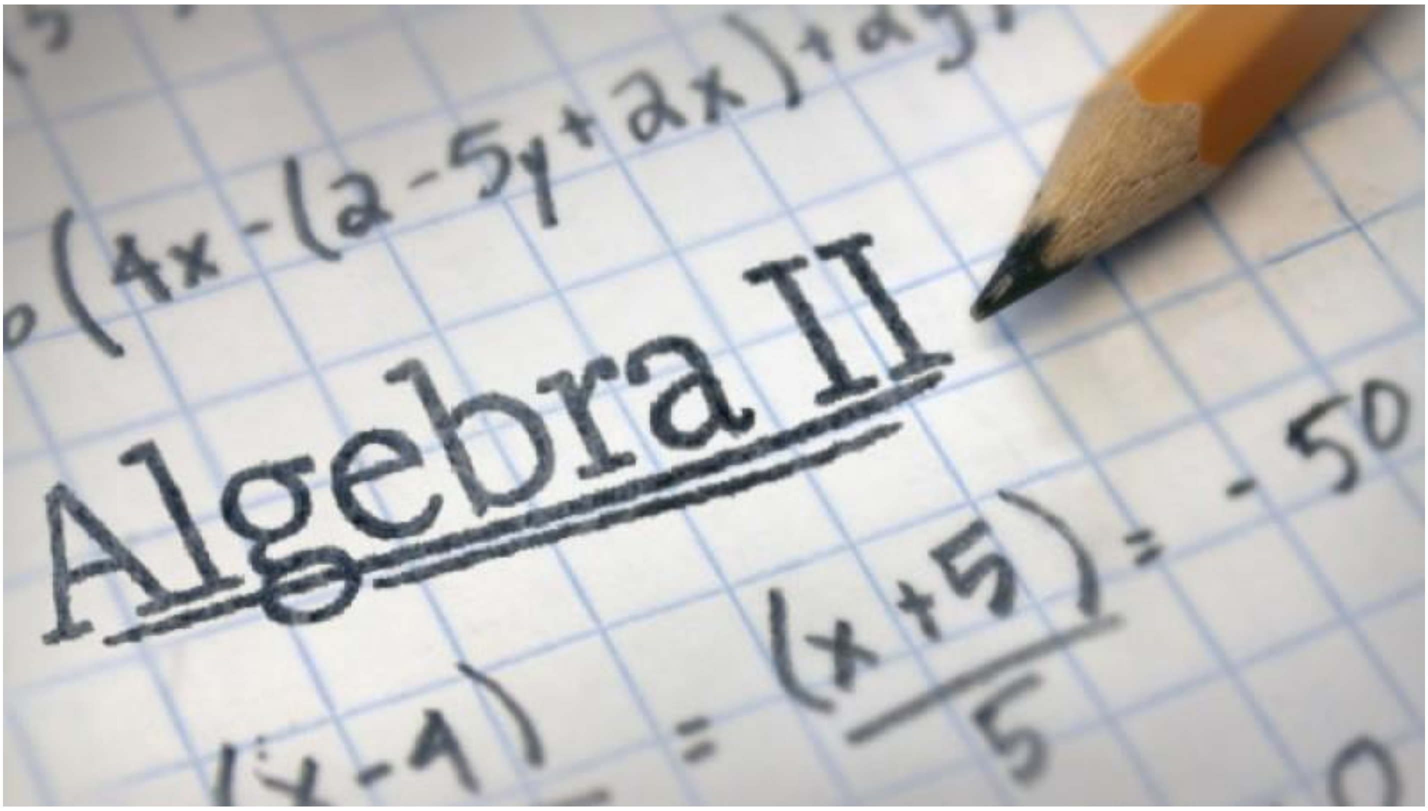
Navn: _______________ Klasse: ____

Matematik Opgave Kompendium

Algebra 2



Opgaver: 47

Ekstra: 14

Point: _____

Opgave 1: Læg tallene sammen (uden lommeregner!)

a) 30 – 42 = ______

b) -12 + 25 = ______

c) 32 + 6 – 38 = ______

d) 30 + 14 – 60 = ______

e) 2 + 16 + 3 – 22 = _____

f) -3 + 17 + 1 – 32 = _____

g) -80 – 30 + 200 = _____

h) 42 + 8 – 50 + 8 – 16 = _____

Opgave 2: Læg negative tal sammen for sig, derefter positive, læg derefter dem sammen.

a) 20 + 90 – 64 + 3 – 40 – 32 = _____

b) -33 – 102 + 104 + 9 + 24 = _____

c) 66 + 9 – 52 – 6 + 12 – 13 + 4 = _____

d) 32 + 9 + 7 – 21 – 33 – 54 + 69 = _____

e) -17 – 3 – 6 + 28 + 3 + 9 – 20 = _____

f) -45 + 9 – 4 + 10 – 20 – 3 + 23 = _____

g) 50 – 25 + 6 – 30 – 5 – 9 + 27 = _____

h) -22 – 14 + 6 – 4 + 9 + 11 – 4 = _____

Opgave 3: Den lange (uden lommeregner!)

a) -14 – 3 + 9 + 12 – 16 + 19 + 30 – 14 + 6 – 3 – 7 + 12 – 16 – 4 = _____

b) -19 – 14 – 6 + 3 + 4 + 22 – 66 – 2 + 9 + 8 + 16 – 12 + 4 + 10 = _____

Vi husker regnereglerne for negative og positive tal således:

- Når det går godt (+) for en god ven (+) er det godt (+).
- Når det går dårligt (-) for en dårlig ven (-) er det godt (+)
- Når det går dårligt (-) for en god ven (+) er det dårligt (-).
- Når det går godt (+) for en dårlig ven (-) er det dårligt (-)

Regneregler:

+ * + = +	+ : + = +
– * – = +	– : – = +
– * + = –	– : + = –
+ * – = –	+ : – = –

Opgave 4:

a) 9 * 4 = _____

b) 3 * -5 = _____

c) -6 * -4 = _____

d) -8 * 5 = _____

e) -7 * -7 = _____

f) -6 * 7 = _____

g) 7 * -5 = _____

h) -9 * 7 = _____

i) 4 * 8 * -1 = _____

j) -3 * -9 * 2 = _____

k) -1 * 3 * -1 = _____

l) 1 * -1 * -1 * -4 = _____

Opgave 5:

a) 210 : 10 = _____

b) -62 : 2 = _____

c) -25 : -1 = _____

d) 42 : -6 = _____

e) -33 : 3 = _____

f) -110 : -5 = _____

Facit: -63 -43 -42 -40 -35 -32 -31 -30 -23 -18 -17
-16 -15 -12 -11 -8 -7 -6 -4 -1 0 2 3 9 11 13 14 20 21 22 24 25 36 49 54 90

Regler for Reduktion:

- a = 1a (usynligt 1 tal)
- 2a = 2 * a (usynligt gange)
- a + 2a + 3a = 6a
- 2a + 4 + a + 2 = 3a + 6
  (a'er for sig og tal for sig)

Opgave 6: Reducer

a) a + a = _____
b) 3a + 4a = _____
c) 2a – 5a = _____
d) 6a – 7a = _____
e) 8a + 3a – 2a = _____
f) 20a – 30a + 2a = _____
g) 3a + 7a -10a = _____
h) -30a + 10a -2a = _____

Opgave 7: Reducer

a) b + b + b + b = _____
b) b – b + b = _____
c) -2b + 4b + 3b = _____
d) 10b – 12b – 8b = _____
e) -5b + 5b + 3b + 9b = _____
f) -3b – 4b – 4b = _____
g) 9b – 7b + 4b = _____
h) 6b – b +3b - 7b -4b = _____

Opgave 8: Reducer

a) 2a + 3b – a + 2b = _______
b) 3a – 3b + 2a – 4b + 2a – b = _______
c) b – 2b + a + 4a – 3b = _______
d) 5a – 10b + 4a – 2b – b = _______
e) 4b + 2b – 2a + 2b = _______
f) 10b + 7a – 3b – 3a = _______
g) 12a – 3b – 3a + 3b + b = _______
h) 15b – 5b + 2a + 3a – 2b = _______

Opgave 9: Reducer

a) 3a + 4 – a + 2 – 3 – a = _______
b) 9 + a + 1 + a – 3a + 1 = _______
c) -3a – 5 + a – 3 + 4a = _______
d) 8 + 3a – 3 + 3a + 4 = _______
e) 7a – 2a + 3 – 4 + 4a – 1 = _______
f) a + a – 1 + 3a – 4 – 4 = _______
g) 9 + 10a + 1 – 3a + 5 = _______
h) 2a + 2 + 4a – 3 – 3a = _______

Opgave 10: Reducer

a) 5a + 2 + 2a – 3 – 6a + 7a – 3 + 10 – a + 4 + 5a = _________
b) -8a – 7 + 5 – 8a + 5a + 3 + 3 + a – 7 – 8a + 10 = _________
c) 16a + 3 – 7a + 4 – 3a + 2 – 2a + 7 + 3 – 3a – 9 = _________
d) 9 + 3 – 6a + 2a – 3 + 4 – a + 4a + 3 – 2a + 2a = _________

Facit: -22a -8a -3a -a 0a 2a 7a 9a
-11b -10b -3b b 4b 5b 6b 12b
(-2a + 8b) (a + 5b) (4a + 7b) (5a - 4b) (5a + 8b) (7a - 8b) (9a + b) (9a – 13b)
(-18a +7) (-a + 11) (-a + 16) (a + 3) (a + 10) (2a – 8) (3a – 1) (5a – 9) (6a + 9) (7a + 15)
(9a – 2) (12a + 10)

Regler for Parenteser:

- **Plus:** Fjern parenteserne

  (2a + 4) = 2a + 4
- **Minus:** Fortegn ændres

  -(2a + 4) = -2a – 4

  -(-2a + 4) = 2a – 4
- **Tal foran parentes:** Gang ind.

  3(2a + 4) = 3*2a + 3*4 = 6a + 12

  -3(2a + 4) = -3*2a + -3*4 = -6a – 12

Opgave 11: Ophæv parenteser og reducer.

a) (4a – 8) = ______

b) (a + 3) + 2 = = ______

c) 4a + (3a + 4) = = ______

d) 2a + (2a – 3) + 5 = = ______

e) –(2a + 3) = ______

f) –(4a + 1) + 3 = = ______

g) 3a – (2a – 2) = = ______

h) 3 – (2a + 4) – 3a = = ______

Opgave 12: Ophæv parenteser og reducer (husk mellemregningen).

a) (3a + 2) + (5a – 3) = = ______

b) -(5a + 6) – (2a – 3) = = ______

c) (5a – 7) – (2a – 5) = = ______

d) –(a – 8) + (3a + 9) = = ______

e) (-7a – 3) + (-2a + 4) = = ______

f) (8a + 8) – (-a – 2) = = ______

g) (-2a – 3) – (-4a + 5) = = ______

h) -(9a – 2) – (8a + 3) = = ______

Opgave 13: Gang ind i parentesen

a) 3(a + 2) = ______

b) 5(2a – 1) = ______

c) 2(-3a – 2) = ______

d) 8(a + 3) = ______

e) -2(a + 2) = ______

f) -4(2a – 1) = ______

g) 5(a + 5) = ______

h) -2(-a + 3) = ______

Opgave 14: Gang ind i parentesen

a) 3a + 2(a + 3) = = ______

b) 6 – 3(2a + 3) = = ______

c) 4a + 2(a – 4) = = ______

d) 6a – 4(3a – 2) = = ______

e) 5(a – 2) + 2a = = ______

f) 2(-2a + 3) – 5 = = ______

g) -5(3a – 5) + 8 = = ______

h) -3(-a + 2) – 4a = = ______

Ekstra Opgave 1: Og så den lange.

a) 2a + (3a – 4) + 3(a + 2) – 6 – 4(2a – 3) + 3a = = ______

b) 4 – (a – 2) – 2(4a – 8) + 2a + 3(2a + 2) – 4a = = ______

Facit: (-17a – 1) (-15a + 33) (-9a + 1) (-8a + 4) (-7a - 3) (-6a – 4) (-6a – 3) (-6a + 8) (-5a + 28) (-5a – 1) (-4a + 1) (-4a + 2) (-2a – 4) (-2a – 3) (-a – 6) (a + 2) (a + 5) (2a – 8) (2a – 6) (2a + 17) (3a – 2) (3a + 6) (3a + 8) (4a – 8) (4a + 2) (5a + 6) (5a + 25) (6a – 8) (7a – 10) (7a + 4) (8a – 1) (8a + 24) (9a + 10) (10a – 5)

Opløsning i faktorer:

Vi har nu set på hvordan man ganger ind i en parentes. Men det kan også være praktisk at kunne gå den modsatte vej – hvilket kaldes for at opløse stykket i faktorer. Dette forklares bedst med et eksempel:

Eks: $5a + 5 = \underline{\underline{5(a + 1)}}$

Vi finder et tal som alle tal/bogstavstal går op i. Herefter sættes dette tal udenfor en parentes!

Opgave 15: Opløs i faktorer (sæt udenfor en parentes)

1) $2a + 4 =$ ____________
2) $4a + 4 =$ ____________
3) $16a + 8b =$ ____________
4) $12a – 8b =$ ____________
5) $12a – 15 =$ ____________
6) $-2a – 4 =$ ____________
7) $-6a + 9 =$ ____________
8) $2a^2 + 2a =$ ____________
9) $3a^2 + 6a =$ ____________
10) $4a^2 + 24a =$ ____________

Reduktion og Brøker:

Det lyder slemt men er det i virkeligheden ikke. Når vi forkorter en brøk finder man et tal som både går op i tæller og nævner og det samme gælder i dette tilfælde:

Eks: $\frac{3a}{3} = \frac{3a:3}{3:3} = a$ (vi forkorter med 3)

Eks: $\frac{a^2}{a} = \frac{a^2:a}{a:a} = a$ (vi forkorter med a)

Opgave 16: Forkort brøkerne

1) $\frac{2a}{2} =$ ________
2) $\frac{6a}{3} =$ ________
3) $\frac{18a}{3} =$ ________
4) $\frac{21a}{7} =$ ________
5) $\frac{4a^2}{a} =$ ________
6) $\frac{25a^2}{5a} =$ ________
7) $\frac{5a}{a} =$ ________
8) $\frac{6a}{2a} =$ ________
9) $\frac{5a}{5a} =$ ________

Facit: -3(2a – 3); -2(a + 2); 2(a + 2); 3(4a – 5); 4(a + 1); 4(3a – 2b); 8(2a + b); 2a(a + 1); 3a(a + 2); 4a(a + 6) Opg 29: a; 2a; 3a; 4a; 5a; 6a; 1; 3; 5;

Når man forkorter er det vigtigt at man dividere med tallet i alle led dvs. alle tal/led der er adskilt af et plus eller minus tegn.

Eks: $\frac{2a+2}{2} = \frac{2a:2+2:2}{2:2} = \underline{\underline{a+1}}$

Opgave 17: Forkort brøkerne

1) $\frac{4a+4}{4}$ = ________

2) $\frac{2a+4}{2}$ = ________

3) $\frac{8a-4}{2}$ = ________

4) $\frac{9a-18}{3}$ = ________

5) $\frac{2a^2+2a}{a}$ = ________

6) $\frac{3a^2+12a}{3a}$ = ________

a og b som tal:

Når man bruger bogstaver i stedet for tal skyldes det, at man ikke kender de tal som bogstaverne står for. *Dvs. at a og b i virkeligheden er tal man endnu ikke kender.* Men indtil da skal man ikke fritages fra at regne med dem! Hvis man derfor finder ud af hvad f.eks. a står for kan man finde ud af det helt nøjagtige resultat. Dette illustreres bedst med et eksempel hvor a er 3:

Eks1: 2a = 2 * 3 = 6

Eks2: 4a = 4 * 3 = 12

Eks3: 4a + 2 = 4*3 + 2 = 14

Som man kan se så står der et usynligt gange/multiplications tegn imellem tallet og bogstavet.

Dvs. 2a er i virkeligheden 2 * a men skrives blot 2a for nemhedens skyld.

Opgave 18: Find resultaterne når a er 2.

1) 7a = __________ = _____

2) 3a + 4 = __________ = _____

3) 10 + 5a = __________ = _____

4) 25 – 7a = __________ = _____

5) 2 – 8a = __________ = _____

6) 10 – 9a = __________ = _____

Opgave 19: a = 3 og b = 4

1) $a^2 + 3$ = __________ = ___

2) $2a^2 + 4a$ = __________ = ___

3) 3b + a = __________ = ___

4) $b^2 + a^2$ = __________ = ___

5) 4b + 5a = __________ = ___

6) $2b^2 - 3a$ = __________ = ___

Facit: a + 1; a + 2; a + 4; 2a + 2; 3a – 6; 4a – 2; -14; -8; 10; 11; 12; 14; 15; 20; 23; 25; 30; 31

Parentes gange/multiplikation Parentes.

I reduktion har vi lært at gange et tal ind i en parentes:

$2(a - 3) = \mathbf{2} * a - 3 * \mathbf{2} = 2a - 6$

Vi skal nu til at gange to parenteser med hinanden. Dette er ikke meget anderledes end at gange et tal ind i en parentes da man her blot ganger med to tal/bogstavtal:

$(a + 2)(a + 3) = a(a + 3) + 2(a + 3) = a*a + 3a + 2a + 3 * 2 = a^2 + 5a + 6$

Opgave 20: Multiplicer/gang to parenteser med hinanden

1) $(a + 4)(a + 5)$ = ______________________________ = __________
2) $(2a + 3)(4a + 5)$ = ______________________________ = __________
3) $(4a + 2)(3a + 4)$ = ______________________________ = __________
4) $(5a + 6)(3a + 6)$ = ______________________________ = __________
5) $(a + 7)(6a + 3)$ = ______________________________ = __________
6) $(8a + 4)(8a + 5)$ = ______________________________ = __________

Opgave 21: Multiplicer de to parenteser nu med minus. **NB:** Husk regnereglerne.

1) $(a + 2)(4a - 3)$ = ______________________________ = __________
2) $(2a + 3)(3a - 6)$ = ______________________________ = __________
3) $(4a - 5)(2a + 4)$ = ______________________________ = __________
4) $(3a - 2)(4a - 5)$ = ______________________________ = __________
5) $(5a - 5)(4a - 2)$ = ______________________________ = __________
6) $(6a - 2)(a + 4)$ = ______________________________ = __________

Ekstra Opgave 2: husk $a * b = ab = ba$

1) $(2a + b)(3a + 2b)$ = ______________________________ = __________
2) $(3a + 2b)(4a + 3b)$ = ______________________________ = __________
3) $(a + b)(3a + 2b)$ = ______________________________ = __________
4) $(a + 2b)(2a - 3b)$ = ______________________________ = __________
5) $(b + 3a)(4a - 3b)$ = ______________________________ = __________
6) $(3b - 2a)(3a + 4b)$ = ______________________________ = __________

Facit: $-6a^2 + 12b^2 + ab$; $a^2 + 9a + 20$; $2a^2 - 6b^2 - ab$; $3a^2 + 2b^2 + 5ab$; $4a^2 + 5a - 6$; $6a^2 - 3a - 18$; $6a^2 + 22a - 8$; $6a^2 + 45a + 21$; $6a^2 + 2b^2 + 7ab$; $8a^2 + 6a - 20$; $8a^2 + 22a + 15$; $12a^2 - 23a + 10$; $12a^2 + 22a + 8$; $12a^2 - 3b^2 - 5ab$; $12a^2 + 6b^2 + 17ab$; $15a^2 + 48a + 36$; $20a^2 - 30a + 10$; $64a^2 + 72a + 20$

Kvadrate på en toleddet størrelse.

Vi skal nu se på hvordan man løser en parentes der er sat i anden potens:

$(a + 3)^2$

Vi ved at a^2 i virkeligheden betyder a * a og det samme gælder for parentesen:

$(a + 3)^2 = (a + 3)\ (a + 3)$

Denne opgave type er derfor ikke meget anderledes at løse end dem på forrige side:

$(a + 3)^2 = (a + 3)\ (a + 3) = a^2 + 3a + 3a + 9 = \underline{\underline{a^2 + 6a + 9}}$

Hvis vi ser på resultatet ser man at **a** er sat i anden potens hvilket matematisk kaldes for *kvadratet* (kvadreret). **3** er ligeledes blevet sat i anden potens altså kvadratet. **6a** er opstået ved at gange **a** og **3** med hinanden for derefter at gange med **2** hvilket giver 6a. Dette kaldes for *det dobbelte produkt.* Grunden til dette er, at produktet er resultatet af et gangestykke og dobbelt er det man får når man ganger med 2.

Vi kan formulere det som en huskeregel: *Kvadratet på første led plus Kvadratet på andet led plus det dobbelte produkt.*

NB: Led er et gammelt udtryk for delen af noget (det kan selvfølgelig også være et led i kroppen)

Opgave 22: Løs parenteserne (brug huskereglen)

1) $(a + 2)^2$ = ______________
2) $(a + 4)^2$ = ______________
3) $(2a + 4)^2$ = ______________
4) $(4a + 8)^2$ = ______________
5) $(a + 7)^2$ = ______________
6) $(a + 6)^2$ = ______________
7) $(3a + 3)^2$ = ______________
8) $(4a + 5)^2$ = ______________

Vi skal nu se på hvad der sker når der er minus i stedet for plus i parentesen:

$(a - 3)^2 = (a - 3)\ (a - 3) = a^2 - 3a - 3a + 9 = a^2 - 6a + 9$

Den eneste forskel er her at det dobbelte produkt bliver negativt. Kvadraterne forbliver positive. Det kan vi formulere som: *Kvadratet på første led plus kvadratet på andet led plus/minus det dobbelte produkt.*

Opgave 23: Løs parenteserne. (brug huskereglen)

1) $(a - 3)^2$ = ______________
2) $(3a - 2)^2$ = ______________
3) $(2a - 3)^2$ = ______________
4) $(4a - 2)^2$ = ______________
5) $(a - 5)^2$ = ______________
6) $(5a - 7)^2$ = ______________

Facit: $a^2 - 10a + 25$; $a^2 - 6a + 9$; $a^2 + 4a + 4$; $a^2 + 8a + 16$; $a^2 + 12a + 36$; $a^2 + 14a + 49$; $4a^2 - 12a + 9$; $4a^2 + 16a + 16$; $9a^2 - 12a + 4$; $9a^2 + 18a + 9$; $9a^2 + 36a + 36$; $16a^2 - 16a + 4$; $16a^2 + 40a + 25$; $16a^2 + 64a + 64$; $25a^2 - 70a + 49$

Ekstra Opgave 3: løs opgaverne nu med a og b,

1) $(2a + 6)^2$ = ____________	4) $(a + 2b)^2$ = ____________
2) $(a - 2)^2$ = ____________	5) $(3a + 2b)^2$ = ____________
3) $(2a + b)^2$ = ____________	6) $(4a - 3b)^2$ = ____________

Endnu en kvadratsætning:

Vi skal nu se på hvad der sker hvis man har to ens parenteser hvor den eneste forskel er minus istedet for plus.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = \underline{\underline{a^2 - b^2}}$$

Som man kan se behøver man blot at tage kvadratet på første led og minuses kvadratet på andet led. Heraf følger huskereglen: Kvadratet på t*o tals sum gange de samme to tals differens er kvadratet på første led minus kvadratet på andet led.*

Opgave 24: Brug huskereglen.

1) $(2a - 3)(2a + 3)$ = ______________	4) $(4a - 6)(4a + 6)$ = ______________
2) $(3a + 2)(3a - 2)$ = ______________	5) $(5a + 8)(5a - 8)$ = ______________
3) $(a + 5)(a - 5)$ = ______________	6) $(3a - 9)(3a + 9)$ = ______________

Kvadrate på en toleddet størrelse.	**Huskeregel:**
$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + b^2 + 2ab$ $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 + b^2 - 2ab$	*Kvadratet på første led plus kvadratet på andet led plus/minus det dobbelte produkt.*
To tals sum gange de samme to tals differens: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	*er kvadratet på første led minus kvadratet på andet led.*

Opgave 25: Blandede opgaver.

1) $(3a - 4)^2$ = ________________	5) $(3a - 5)(3a + 5)$ = ________________
2) $(2a - 4)(3a + 2)$ = ________________	6) $(a + b)(3a + 2b)$ = ________________
3) $(a + 4)(a - 4)$ = ________________	7) $(2a + 5b)^2$ = ________________
4) $(5a - 3b)^2$ = ________________	8) $(2a - 2b)^2$ = ________________

Facit: $a^2 + 4b^2 + 4ab$; $a^2 - 25$; $a^2 - 16$; $a^2 - 4a + 4$; $3a^2 + 5ab + 2b^2$; $4a^2 - 9$; $4a^2 + 24a + 36$; $4a^2 + 4b^2 - 8ab$; $4a^2 + b^2 + 4ab$; $4a^2 + 25b^2 + 20ab$; $6a^2 - 8a - 8$; $9a^2 - 24a + 16$; $9a^2 - 81$; $9a^2 - 25$; $9a^2 - 4$; $9a^2 + 4b^2 + 12ab$; $16a^2 - 36$; $16a^2 + 9b^2 - 24ab$; $25a^2 - 64$; $25a^2 + 9b^2 - 30ab$

Opløsning i faktorer:

Vi skal nu gå den anden vej dvs. fra et reduktionsstykke tilbage til kvadratet på en toleddet størrelse (en parentes sat i 2 potens). Dette hedder at opløse reduktionsstykket i faktorer.

Eks: $a^2 + 2a + 1 = \underline{\underline{(a+1)^2}}$ **Eks:** $a^2 + 2ab + b^2 = \underline{\underline{(a+b)^2}}$

Opgave 26: Opløs i faktorer (**NB:** brug *kvadratet på en toleddet størrelse*)

1) $a^2 + 4a + 4$ = ________________
2) $9a^2 + 18a + 9$ = ________________
3) $25a^2 – 30a + 9$ = ________________
4) $4a^2 – 20a + 25$ = ________________
5) $4a^2 + 4ab + b^2$ = ________________
6) $9a^2 + 12ab + 4b^2$ = ________________

Nogen gange er det nødvendigt at sætte et tal udenfor en parentes før man kan finde tilbage til den oprindelige parentes. Dette illustreres bedst med et eksempel:

Eks: $6a^2 + 12a + 6 = 6(a^2 + 2a + 2) = \underline{\underline{6(a+1)^2}}$

Ekstra Opgave 4: Opløs i faktorer (sæt først udenfor parentes og brug kvadratsætningerne)

1) $2a^2 + 8a + 8$ = __________ = __________
2) $20a^2 + 20a + 5$ = __________ = __________
3) $2a^2 + 4a + 2$ = __________ = __________
4) $32a^2 + 24a + 18$ = __________ = __________
5) $6a^2 – 24a + 24$ = __________ = __________
6) $a^3 + 2a^2 + a$ = __________ = __________

Reduktion og Brøker:

Vi kan forkorte en brøk vha. kvadratrodssætningerne, da de kan hjælpe os til at finde et tal som både tæller og nævner går op i. Dette forklares nemmest med et eksempel:

Eks: $\dfrac{a^2+b^2+2ab}{(a+b)} = \dfrac{(a+b)^2}{(a+b)} = \dfrac{(a+b)(a+b)}{(a+b)} = (a+b)$

Ekstra Opgave 5: Reducer brøkerne vha. kvadratrodssætningerne **(NB:** brug også opgave 10 her)

1) $\dfrac{(2a+4)^2}{(2a+4)}$ = ________________
2) $\dfrac{(a+4)^2}{(a+4)}$ = ________________
3) $\dfrac{9a^2-6a+4}{(3a-2)}$ = ________________
4) $\dfrac{16a^2+40a+25}{(4a+5)}$ = ________________
5) $\dfrac{2a^2+12a+18}{a+3}$ = ________________
6) $\dfrac{3a^2+12a+12}{a+2}$ = ________________

Facit: $a(a+1)^2$; $2(a+1)^2$; $6(a-2)^2$; $(a+2)^2$; $2(a+2)^2$; $3(a+2)$; $2(a+3)$; $a+4$; $2a+4$; $(2a+b)^2$; $5(2a+1)^2$; $(2a-5)^2$; $3a-2$; $(3a+2b)^2$; $(3a+3)^2$; $4a+5$; $2(4a+3)^2$; $(5a-3)^2$

Ligninger:

Ligninger er en metode til at finde et tal som man ikke kender – men som man ved et eller andet om. Tallet man skal finde kalder man for **x** (den ubekendte) men egentlig kunne man have valgt et hvilket som helst andet bogstav f.eks. a eller b som man f.eks. bruger i reduktion.

Et eksempel: på en ligning kunne være

$3x = 6$

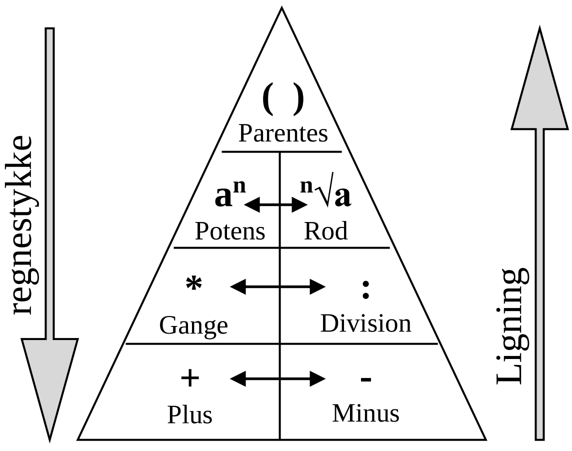
Ligningen skal forstås således at: *vi skal finde et tal som ganget med 3 giver 6*!

Svaret er indlysende det må være 2 fordi: 3 * 2 = 6

Dog er ikke alle ligningers svar så indlysende og derfor er der brug for nogle regler:

Regne regler for ligninger:

1) Man må lægge x'er sammen med x'er og tal sammen med tal – man må ikke blande dem!
   Eks: $2x - 1x + 4x = 5x$
2) Usynlige ting:
   - Usynligt 1 tal: $x = 1x$.
   - Usynligt gange tegn: $2x = 2 * x$
   - Usynligt Plus: $x = +x$.
3) Man samler x'erne på den ene side (isoler x) og tallene på den anden
   NB: som regel samler/isolerer man x'erne på venstre side – men højre kan også bruges.
4) For at isolerer x er man nød til at flytte tal og deres regnetegn men herved ændres regneoperationen:
   - Plus bliver til Minus (se regnehierarkiet!)
   - Minus bliver til Plus
   - Gange til Division
   - Division til Gange
   - Potens til kvadratrod
   - Kvadratrod til Potens



Eks:	x + 3 = 4 <=>	2x = x + 2 <=>	2x – 6 = 3 + x <=>
	x = 4 – 3 <=>	2x – x = 2 <=>	2x = 3 + 6 + x <=>
	x = 1	x = 2	2x - x = 9
			x = 9

Opgave 27: Flyt tallet fra venstre til højre side og find x (**Husk** mellemregningen)

a) $x + 1 = 4 \iff$
$x = \quad = \underline{\underline{\quad\quad}}$

d) $x + 1 = 10 \iff$
$x = \quad = \underline{\underline{\quad\quad}}$

g) $x - 3 = 10 \iff$
$x = \quad = \underline{\underline{\quad\quad}}$

b) $x + 2 = 3 \iff$
$x = \quad = \underline{\underline{\quad\quad}}$

e) $x + 5 = -3 \iff$
$x = \quad = \underline{\underline{\quad\quad}}$

h) $x + 4 = -5 \iff$
$x = \quad = \underline{\underline{\quad\quad}}$

c) $x - 2 = 8 \iff$
$x = \quad = \underline{\underline{\quad\quad}}$

f) $x - 2 = -4 \iff$
$x = \quad = \underline{\underline{\quad\quad}}$

i) $x + 2 = 1 \iff$
$x = \quad = \underline{\underline{\quad\quad}}$

Opgave 28: Flyt x'et fra højre til venstre side og find x (**Husk** mellemregningen)

a) $3x = 2x + 20 \iff$
$= \iff$
$\underline{\underline{x = \quad\quad}}$

c) $-2x = 3 - 3x \iff$
$= \iff$
$\underline{\underline{x = \quad\quad}}$

b) $2x = x - 12 \iff$
$= \iff$
$\underline{\underline{x = \quad\quad}}$

d) $-8x = -9x - 15 \iff$
$= \iff$
$\underline{\underline{x = \quad\quad}}$

Opgave 29: Flyt x'er til venstre og tal til højre side og find x. (**Husk** mellemregningen)

a) $3x - 7 = 2x + 13$
$=$
$x = \underline{\underline{\quad\quad}}$

c) $5 + 2x = x + 26$
$=$
$x = \underline{\underline{\quad\quad}}$

e) $5x - 6 = 4x - 6$
$=$
$x = \underline{\underline{\quad\quad}}$

b) $2x - 8 = x + 10$
$=$
$x = \underline{\underline{\quad\quad}}$

d) $-4 - 3x = 16 - 4x$
$=$
$x = \underline{\underline{\quad\quad}}$

f) $-x - 5 = -13 - 2x$
$=$
$x = \underline{\underline{\quad\quad}}$

Opgave 30: Find x. Husk at man godt må samle x'er på højre side hvis det er nemmere.

a) $4x - 8 = 5x - 12$
$=$
$x = \underline{\underline{\quad\quad}}$

c) $11 + 3x = 2x + 26$
$=$
$x = \underline{\underline{\quad\quad}}$

e) $-2x - 8 = -x - 6$
$=$
$x = \underline{\underline{\quad\quad}}$

b) $2x - 2 = 4x + 10$
$=$
$x = \underline{\underline{\quad\quad}}$

d) $-4 - 5x = 10 - 6x$
$=$
$x = \underline{\underline{\quad\quad}}$

f) $-x - 10 = -13 - 2x$
$=$
$x = \underline{\underline{\quad\quad}}$

Facit: -15 -12 -9 -8 -8 -6 -3 -2 -2 -1 0 1 3 3 4 7 9 10 13 14 15 18 20 20 20 21 25

Flytning af tal foran x:

Ligningerne vi har arbejdet med indtil videre er nemme fordi alle x'er lagt sammen altid giver 1x. Men i den følgende ligning går det ikke så nemt:

$3x + 4 = x + 10 \Leftrightarrow$

$3x - x = 10 - 4 \Leftrightarrow$

$2x = 6$

Vi husker at der imellem 2 og x står et usynligt gangetegn. Dvs. 2x = 2 * x

$2 * x = 6$

Dvs. vi skal finde et tal som ganget med 2 giver 6 hvilket må være 3.

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

Med andre ord har vi flyttet 2 tallet over på den anden side hvilket betød at gange tegnet blevet til et divisions tegn.

Opgave 31: Isoler x og divider med tal foran x (**husk** mellemregningerne)

a) $4x = 8 + 2x$	d) $6x - 2x = 36 - 3x + x$	g) $4x = 30 + 5x$
x = ______	x = ______	x = ______
b) $3x = 10 + 2x - x$	e) $4x + 5 = 29 - 4x$	h) $-6x+50 = 2 - 2x$
x = ______	x = ______	x = ______
c) $4x = -x + 15 - 5$	f) $30 - 2x = 10 - 4x$	i) $20 - 2x = 8 + 4x$
x = ______	x = ______	x = ______

Ekstra Opgave 6: I et rektangel er arealet 80 cm^2. Hvis den ene side i retanglet er 4 cm. Hvor lang er så den anden?

Facit: -30 -10 -5 2 2 3 4 5 6 12 16 20

Brøker & ligninger:

Nogle ligninger indeholder også brøker, og i nogle tilfælde er x'et placeret i brøken. I sådan et tilfælde er man nød til at fjerne brøken for at isolere x. Dette gør man ved at flytte nævneren (nederste del af brøken) over på den anden side af = tegnet. Herved ændres brøkstregen til et gangetegn fordi brøkstregen jo betyder division.

Eksempel: Tal i nævner

$\frac{x}{3} = 4$

x = 4 * 3

x = 12

VIGTIGT:
Husk at man ikke må dividere et tal med nul – dvs i de tilfælde må x ≠ 0

Eksempel 2: X i nævner

$\frac{4}{x} = 2$ (x ≠ 0. Kan ikke dividere med nul)

4 = 2 * x

$\frac{4}{2} = x$

x = 2

Opgave 32: Flyt nævneren over på den anden side og find x.

a) $\frac{x}{4} = 5$

x = = ______

b) $\frac{x}{2} = 3$

x = = ______

c) $\frac{x}{3} = 7$

x = = ______

d) $\frac{2x}{2} = -2$

x = = ______

e) $\frac{3x}{5} = 3$

x = = ______

f) $\frac{x}{4} = 0$

x = = ______

g) $\frac{x-1}{2} = 3$

x = = ______

h) $\frac{-2x-2}{-4} = 3$

x = = ______

i) $\frac{-5x-1}{4} = 6$

x = = ______

Opgave 33: Flyt nævneren over på den anden side og find x (husk at spejlvende ligningen).

a) $\frac{12}{x} = 2$

x = = _____

b) $\frac{40}{x} = 4$

x = = _____

c) $\frac{80+x}{x} = 5$

x = = _____

d) $\frac{3x-14}{2x} = 5$

x = = _____

e) $\frac{24}{-x} = 1$

x = = _____

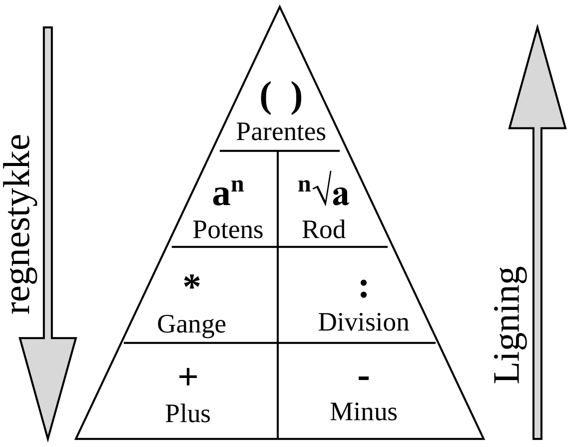
f) $\frac{-x+32}{3x} = 5$

x = = _____

Facit: -24 -5 -2 -2 0 2 5 5 6 6 7 10 15 20 20 21 42

En god huskeregel - Regnehierarkiet:

Mange er med på, at x skal isoleres men hvad er det nu plus bliver til når det flyttes til modsatte side - er det gange eller minus? En god huskeregel her er, at bruge regnehierarkiet til, at huske hvad den modsatte regneart er! Men kan også bruge hierarkiet til, at huske hvilken rækkefølge man skal løse ligningen i! Vi starter med, at se på hvordan regnehierarkiet normalt bruge!



Et regnestykke & Regnehierarkiet: I et normalt regnestykke løses oppefra og ned i hierarkiet:

$2 + 4 * (3 + 2)^2$	(først parentes)
$2 + 4 * (5)^2$	(så potens)
$2 + 4 * 25$	(så gange)
$2 + 100 = 102$	(så plus)

En ligning & Regnehierarkiet:

I en ligning løses opgaven omvendt af regnehierarkiet (nedefra og op). Dvs. først løses plus/minus - dernæst gange/division osv.! Lad os tage et eksempel:

$4x^2 - 8 = x^2 + 4$	vi skal ordne plus/minus først!
$4x^2 - x^2 = 4 + 8$	
$3x^2 = 12$	vi skal nu løse gange/division
$x^2 = 12/3$	
$x^2 = 4$	vi løser potens/rod
$x = \sqrt{4} = 2$	

Undtagelsen: Desværre kan man ikke altid følge huskereglen da der gælder undtagelser for brøker & parenteser. Det kræver erfaring som kun kommer med træning! Lad os se på et eksempel:

$\frac{5x}{3} = 4 + x$	(vi løser brøken først)
$5x = 3(4 + x)$	(så løses parentesen - se reduktion af parenteser hvis glemt!)
$5x = \mathbf{3} * 4 + \mathbf{3} * x$	
$5x = 12 + 3x$	(så køres efter regnehierarkiet - nedenfra!)
$5x - 3x = 12$	
$2x = 12$	
$x = 12/2 = 6$	

Opgave 34: Flyt nævneren over på den anden side og find x (husk at spejlvende ligningen).

a) $\frac{3x}{2} = 2 + x$

=

=

x = = ________

b) $\frac{6x}{2} = 6 + x$

=

=

x = = ________

c) $\frac{x}{4} = 6 + x$

=

=

x = = ________

d) $\frac{2x}{3} = 10 - x$

=

=

x = = ________

e) $\frac{3x}{5} = 8 - x$

=

=

x = = ________

f) $\frac{2x}{2} = 2 - x$

=

=

x = = ________

g) $\frac{3x}{6} = 5 + x$

=

=

x = = ________

h) $\frac{x}{-2} = 9 + x$

=

=

x = = ________

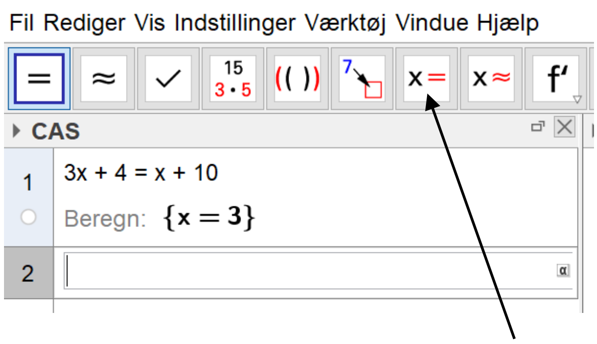
Løsning af ligninger i Geobra's CAS funktion:

Vi skal nu se på hvordan man også kan løse en ligning nemlig i Geogebra

$3x + 4 = x + 10$

Gå ind i geogebra og få vist CAS vinduet

Tastet ligningen ind og tryk på =



Facit: -10 -8 -6 1 0 3 4 5 6 12

Den komplicerede nævner:

I nogle ligninger er nævneren i brøken ikke kun et tal eller x værdi men en x og en tal værdi. I sådan et tilfælde ganger man med det samlede udtryk der står i nævneren over på den anden side.

$\frac{10}{x+2} = 2$ hvor $x \neq -2$ (fordi man ikke må dividere med nul)

$10 = 2 * (x + 2)$ (vi ganger ind i parentesen)

$10 = 2x + 4$

$10 - 4 = 2x$

$6 = 2x$ (vi spejler)

$x = \frac{6}{2} = 3$

Ekstra Opgave 7: Flyt nævneren over på modsatte side og isoler x.

a) $\frac{5}{x+3} = 5$

=

=

x = = ______

b) $\frac{2}{x-5} = 2$

=

=

x = = ______

c) $\frac{31}{2x+5} = 1$

=

=

x = = ______

d) $\frac{12}{x-6} = 3$

=

=

x = = ______

e) $\frac{x}{x-2} = 3$

=

=

x = = ______

f) $\frac{2x}{2x+4} = 2$

=

=

x = = ______

g) $\frac{6x+2}{2} = 15 + x$

=

=

x = = ______

h) $\frac{x+5}{3x-10} = 2$

=

=

x = = ______

Facit: -13 -6 -4 -2 3 5 7 9 10 13

2 ligninger med 2 ubekendte:

Normalt vil man ikke kunne løse en ligning med 2 ubekendte tal:

$2x + y = 12$

Men i enkelte tilfælde er det muligt hvis blot man har 2 ligninger med de samme 2 ubekendte i stedet for en enkel. Lad os tage et eksempel:

Ligning 1: $3x + y = 30$

Ligning 2: $2x + 2y = 16$

Fidusen er at definere den ene ubekendte med den anden ubekendte. Oversat betyder det at man isolerer den ene af de ubekendte i en af ligningerne. Lad os isolere y i ligning nr 2;

$2x + 2y = 16$

$2y = 16 - 2x$

$y = \frac{16}{2} - \frac{2x}{2}$

$y = 8 - x$

Nu ved vi jo hvad **y** er defineret som nemlig **8 – x.** Så nu kan vi erstatte y i ligning nr 1 med 8 – x.

$$\left.\begin{array}{l} 3x + y = 30 \\ y = 8 - x \end{array}\right\}$$

$3x + (8 - x) = 30$

$3x + 8 - x = 30$

$2x = 30 - 8$

$2x = 22$

$x = 22/2$

$\underline{\underline{x = 11}}$

Nu har vi x og kan så også finde y ved at sætte x ind i ligningen hvor vi isolerede y.

$y = 8 - x$

$\underline{\underline{y = 8 - 11 = -3}}$

Opgave 35: Løs ligningen med 2 ubekendte.

Ligning 1: $x + y = 20$

Ligning 2: $3x + y = 30$

$y =$

Facit: 2 5 15 45

Opgave 36: Løs ligningen med 2 ubekendte.

a) **Ligning 1:** $3x + y = 9$

Ligning 2: $2x + 2y = 10$

$2y =$

$y =$

Husk at man ikke behøver at isolere y i ligning 2 men man kan også gøre det i ligning 1 hvis det er nemmere.

b) **Ligning 1:** $5x + y = 7$

Ligning 2: $x – 2y = -3$

Ekstra Opgave 8

Husk at man ikke behøver at isolere y men man også kan gøre det med x.

c) **Ligning 1:** $8x – 2y = 28$

Ligning 2: $5x – y = 4$

Facit: -54 -32 -10 1 2 2 3 6

Løsning af 2 ligninger med 2 ubekendte kan også benyttes til at løse problemstillinger indenfor den virkelige verden. Her gælder det om at omsætte de 2 ubekendte til et x og y. I det følgende eksempel drejer det sig om kaniner benævnes med k og høns som benævnes h.

Opgave 37: En gårdmandssøn havde nogle kaniner (k) og nogle høns (h). Hvor mange dyr havde han af hver slags, når der var 15 hoveder og 56 ben i alt?

$k + h = 15$

$4k + 2h = 56$

Ekstra Opgave 9: I en cirkusmanege opholder der sig nogle elefanter og nogle dyretæmmere. Manne, der er tilskuer, kan i alt tælle 15 hoveder og 54 ben i manegen. Hvor mange elefanter er der?

Ekstra Opgave 10: Anna-Helga køber 10 gram kokain og 7 gram heroin til vennerne, og hun betaler i alt 5500 kr for varerne. Dagen efter kommer hun igen for at handle lidt med sin pusher. Hun køber nu 10 gram heroin og 7,5 gram kokain, og hun betaler denne gang præcis 6500 kr. Hvad har Anna-Helga givet for 1 gram heroin? - og for 1 gram kokain?

Facit: 2 4 11 12 13 200 300 500

Løsning af 2 ligninger med 2 ubekendte med Geogebra CAS funktion:

Tidligere så vi på dette eksempel

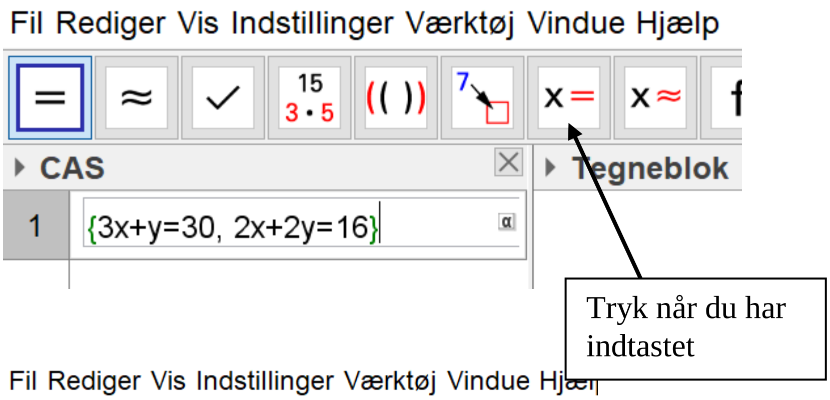
Ligning 1: 3x + y = 30

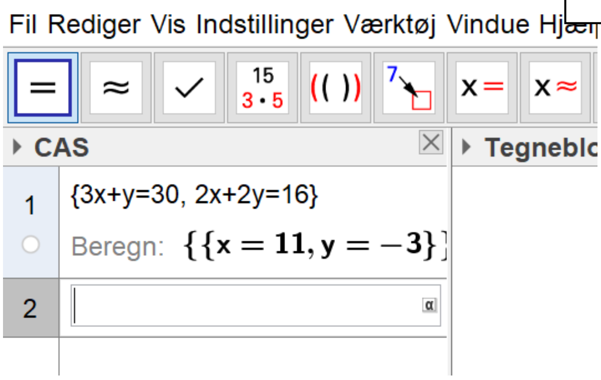
Ligning 2: 2x + 2y = 16

Man kan løse det med ligninger men man kan også bruge geogebras CAS funktion

Når man skriver de 2 ligninger ind skal de omgives af { } og også kaldes tuborgklammer.

De 2 ligninger skal adskilles af et komma!





Ja nemmer kunne det jo ikke være.

Prøv det selv:

Her er 3 ligninger med 3 ubekendte - mon Geogebra kan klare det?

- Ligning 1: x+y+z=4
- Ligning 2: 3x+2y-3z=4
- Ligning 3: 2x+y-7z=-3

Intervaller:

I matematik har man nogle gange brug for at angive en mængde af tal.

Oftest kan det ikke lade sig gøre at skrive alle tal i en mængde. F.eks. er der jo et uendeligt antal tal imellem f.eks. 1 og 2. Der er jo f.eks. 1,2 og 1,9 men der er også 1,0001 og 1,99999999 og sådan kan man jo blive ved med at tilføje decimaler.

Derfor har matematikkerne fundet på en smart måde at angive en tal mængde:

Husk: Krokodillen spiser den store

3 måder at skrive *"alle tal større end 2"*:

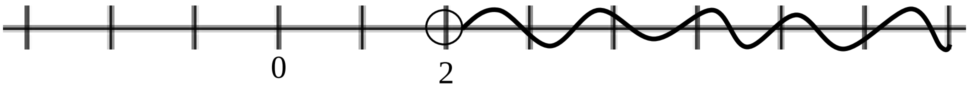
Kan skrives som en ulighed:

$$x > 2$$

Hov det er jo en ligning dog uden et ligmed men med et større end tegn.

Når der er et >, < eller ≥, ≤ så kaldes det en ulighed.

Man kan også markere tallene på en tallinje



Man kan også angive talmængden med hæfteklammeparanteser (kantede parenteser)

$$]2; \infty]$$

Tegnet ∞ betyder uendelig og er et nedlagt 8 tal.

Hæfteklameparenteserne kan vende to veje:] og [.

Det er ikke ligegyldigt hvilken vej parentesen vender!

Hvis hæfteklammeparentesen vender væk fra (ryggen mod) tallet er tallet ikke med i mængden men det efterfølgende tal altså:

$]2; 3[$ = alle tal mellem 2 og 3 men ikke 2 og 3. Det kan så være 2,000001 og 2,99999

Hvis hæfteklammeparentsen vender ind mod tallet (omfavner tallet) er tallet med.

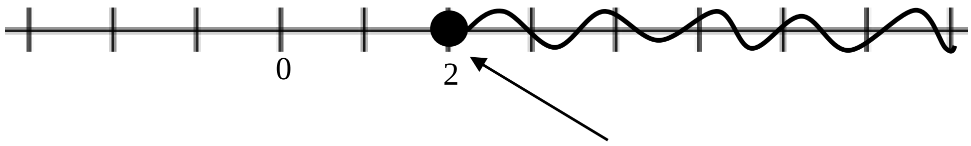
$[2;3]$ = alle tal mellem 2 og 3 og også tallet 2 og 3. Det er altså 2 2,1 2,3 ….. 3

Alle tal større end eller ligmed 2

Kan skrives

$x \geq 2$

Som tallinje:



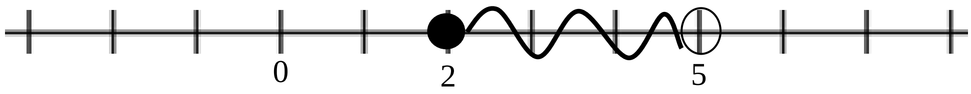
Bemærk at der nu ikke er en ring men at ringen er farvet sort. Det betyder at tallet 2 er med.

Som interval:

$[2; \infty]$

Alle tal mellem 2 og 5 men ikke med 5:

Som tallinje



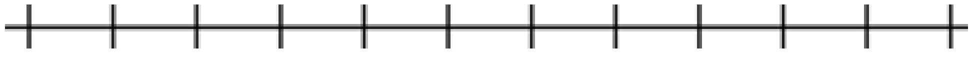
Som interval

$[2; 5[$

Som ulighed:

$2 \leq x < 5$

Prøv selv at skriv alle tal mindre end 3:



Som interval:

Som ulighed:

Opgave 38: Skriv uligheden som tallinje

a) $x < 0$

b) $x \geq 1$

c) $4 > x$

d) $-2 < x$

e) $5 < x \leq 8$

f) $-1 \leq x < 2$

Opgave 39: Skriv ulighederne som interval med hæfteklamme parentser

a) $x < 0$ interval =

b) $x \geq 1$ interval =

c) $4 > x$ interval =

d) $-2 < x$ interval =

e) $5 < x \leq 8$ interval =

f) $-1 \leq x < 2$ interval =

Opgave 40: Oversæt intervallet til ulighed

a) [-1; ∞]

b)] 2; ∞]

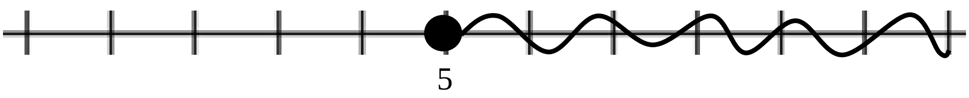
c) [-∞; 4]

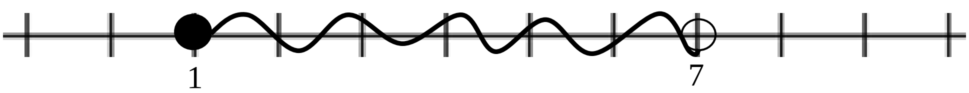
d) [-∞; -2 [

e) [1; 2]

f)]4; 8]

Opgave 41: Skriv med interval og ulighed





Løsning af en ulighed:

En ulighed kunne f.eks. se ud som følger

$$2x - 3 < 3 - 4x$$

Denne ulighed løser vi ligesom det var en ligning der hed: $2x - 3 = 3 - 4x$

$$2x - 3 < 3 - 4x$$

$$2x - 3 + 4x < 3$$

$$6x < 3 + 3$$

$$6x < 6$$

$$x < 6/6$$

$$\underline{\underline{x < 1}} \qquad \text{(som jo også kan skrives som } 1 > x\text{)}$$

Dvs. løsningen er alle tal mindre end 1. Det skrives som $[-\infty; 1[$

Den lille forskel:

Nu skulle man så tro at alt var som med en ligning men der er en lille undtagelse.

Undtagelsen: *Hvis man dividere eller multiplicere (ganger) med et negativt tal så vendes ulighedstegnet.*

Lad os se på eksemplet ovenfor med en lille ændring

$$2x - 3 < 3 + 4x$$

$$2x - 3 - 4x < 3$$

$$-2x < 3 + 3$$

$$-2x < 6$$

$x > 6/-2$ **(bemærk her blev ulighedstegnet vendt)**

$$\underline{\underline{x > -3}} \qquad \text{(som jo også kan skrives som } -3 < x\text{)}$$

Løsning: $]-3; \infty]$

Prøv selv: $3x + 2 \leq 2x - 3$

Intervallet burde være $[-\infty; -5]$

Opgave 42: Løs uligheden og skriv intervallet samt indtegn løsningen på tallinjen

a) $4x - 2 < 3x - 1$

Interval =

b) $6x + 3 \geq 3x + 9$

Interval =

c) $2x - 2 < 4x - 4$

Interval =

d) $-8x + 4 \leq -5x + 13$

Interval =

e) $2 < \frac{-4}{x}$

Interval =

Facit: [-∞; -2[, [-∞; 1[, [-4; 6[, [-3; ∞],]1; ∞], [2; ∞], [-∞;∞]

Opgave 43: Løs uligheden og skriv intervallet samt indtegn løsningen på tallinjen

a) $2x - 4 < 4x + 4$

Interval =

b) $-4x + 3 > -6 - x$

Interval =

c) $-3x - 6 > 30$

Interval =

$\frac{x}{-2} \geq 4$

Interval =

$\frac{6+x}{x} \leq 4$

Interval =

$-12 - 3x > 0$

Interval =

Facit: [-∞; -12[, [-∞;-8], [-∞; -5], [-∞; -4[, [-∞; 3[,]-4; ∞], [2; ∞], [3, ∞]

Opgave 44: Løs tekstopgaven vha, uligheder. Angiv svar som interval - tænk logisk

a) En gartner skal lave et kvadratisk bed der har et areal mindre end 81 m^2. Hvad kan siden størst være?

b) En tømre skal lave et rektangulært hus hvor arealet er større end 140 m^2. Den ene side af huset skal være 7 meter - hvad kan den anden side mindst være?

c) En gartner skal lave et rektangulært bed der højest må være 240 m i omkreds. Kravet til bedet er at den ene side af beddet skal være dobbelt så lang som den anden side. Hvor stor kan den korte side af beddet blive?

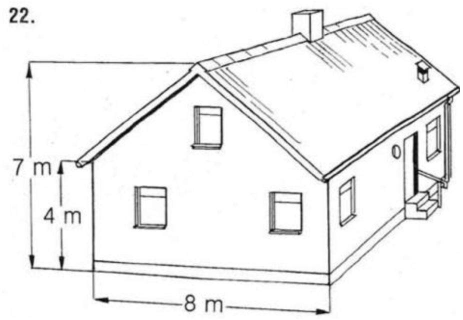
Ekstra Opgave 11:

a) En gartner skal lave et rektangulært bed der højest må være 200 m^2. Kravet til bedet er at den ene side af beddet skal være dobbelt så lang som den anden side. Hvad kan den ene side af beddet højest være?

b) En gartner skal lave et cirkulært bed med græs - men har kun græsfrø til et areal på 40 m^2. Hvor stor kan radius være af beddet?

c) En brygger skal lave en øldåse til en øl der mindst kan indeholde 75 cl. Dåsen må højest være 15 cm for at kunne være i kassen. Hvad er dåsens mindste radius?

Opgave 45: Et hus har 2 gavle (se billedet - enden af huset). Begge gavle skal males. Maler Bent skal købe maling til huset. 1 Liter af malingen kan dække ca. 4 m^2. Hvor mange liter maling skal Bent mindst købe?



Facit:]0;3,57], [3,99; ∞],]0, 9[,]0; 10],]0; 7],]0; 40]]20; ∞], [22; ∞]

Tekst ligninger:

Dette er den klassiske disciplin indenfor ligninger som går ud på at oversætte et stykke tekst/problemstilling til en ligning. Det forklares bedst med et eksempel:

Lise og Viola er tilsammen 40 år men Viola er 4 år ældre end Lise. Hvor gammel er Lise?

Det ser virker umiddelbart som en meget indviklet opgave hvis man skal tænke sig frem til den. Men hvis man sætter Lise's alder til x da det jo er den vi skal finde. Så må Viola's alder være x + 4.

Lise = x

Viola = x + 4

Lise + Viola = 40

Hvis vi erstatter Lise og Viola med de lignings udtryk vi har fået ovenfor fås:

$$x + x + 4 = 40$$

$$2x + 4 = 40$$

$$2x = 40 - 4$$

$$2x = 36$$

$$x = \frac{36}{2} = 18 \text{ år}$$

Opgave 46: Oversæt teksten til en ligning og løs den for at finde svaret

a) Jørgen og Sten deler 45 kr. Jørgen får dobbelt så meget som Sten. Hvor meget får Sten?

b) Svend har et hemmligt tal. Det dobbelte af tallet er 3 større end 11. Hvilket tal er hans hemmelige tal?

c) Buster har et ulykkestal. Hvis han dividere det med 12 og lægger 2 til får han 3.

d) Nogle soldater tager på træningstur med deres sergent. De deles om at bære deres udstyr. Hver soldat bærer 8 kg. Deres sergent bærer 10 kg. Tilsammen bærer de 250 kg? Hvor mange soldater er der?

e) Fru Hansen fylder øl på flasker. I hver flaske kan der være 33 clr. Hun fylder ialt 20,25 flaske. Hvor mange liter havde hun?

f) Malene sælger kakao. Hun tager 12 kr for et glas. Hun har haft udgifter for i alt 100 kr og har et samlet overskud på 56 kr. Hvor mange glas solgte hun?

Facit: 2 6,7 7 11 12 13 15 30 45

Isolering variable i formler:

Massefylde fortæller hvad 1 ml/ 1 cm3 af et materiale vejer. Bly er jo tungere end aluminium men hvor meget? Man kan beregne massefylden vha. følgende fysik formel

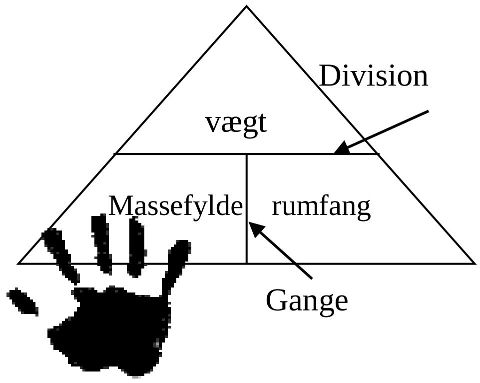
$$\text{Massefylde} = \frac{vægt}{rumfang}$$

Denne formel er fin hvis man ønsker at finde massefylden - men hvis man kender massefylden men ønsker rumfanget så skal man isolere rumfanget i formlen - så er rumfanget = x

$$\text{Massefylde} = \frac{vægt}{x}$$

$$\text{Massefylde} * x = \text{vægt}$$

$$x = \frac{vægt}{massefylde}$$



Man kan jo også smide formlen ind i en regnetrekant
(Man holder fingeren over det man skal finde)

Opgave 47: Isoler i formlen

a) Massefylde = vægt / rumfang. Isoler vægt

Vægt =

b) Fart = strækning / tid. Isoler tid

Tid =

c) Tan A = a/b. Isoler b

b =

Ekstra Opgave 12: Isoler i formlen

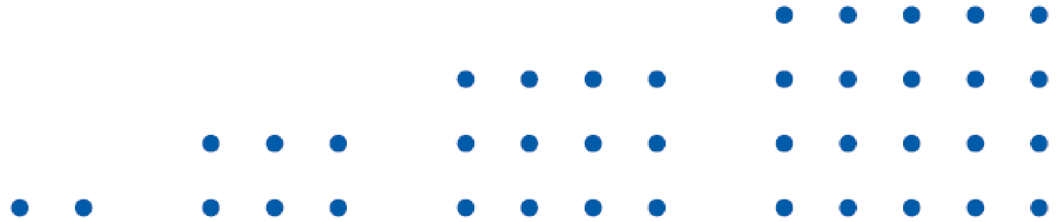
a) $E_{kin} = ½*m*v^2$. Isoler m i formlen

m =

b) $E = m * c^2$. Isoler c i formlen

c =

Ekstra Opgave 13: Løs problemregningen med ligninger



figur 1 figur 2 figur 3 figur 4

a) Hvor mange prikker er der i figur 10?

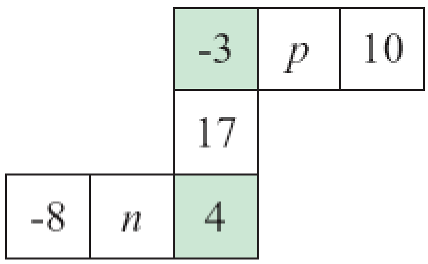
b) Lav et regneudtryk der kan beskrive figur X

(kan både laves ved at tænke logisk og ved at bruge geogebra regressions analyse)

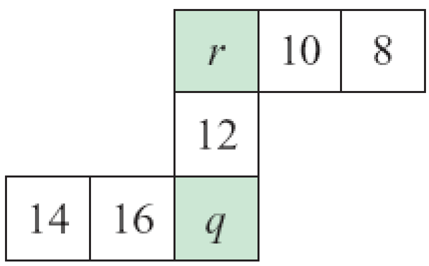
c) Hvornår passere man 1000 prikker i figureren? (skriv ligning - kan f.eks. løses i CAS eller som graf)

Ekstra Opgave 14:
I figuren her gælder at summen de vandrette rækker skal være ens, samt summen af den rodrette talrække skal være lig summen af en vandret.

a) Hvad er p og n?



b) Find r og q i talrækken vha. ligninger.



Mundtlig Matematik: Krisen og WC papiret

Verden har forandret sig og krisen er på vej. Inden længe kan man ikke få helt basale ting som mel, gær og WC papir. Du vil gerne sikre dig at du har nok WC papir til en længere varende krise på et år. *Men hvor meget WC papir skal du købe?*

Opgave: *Undersøg en WC papirs rulle og find ud af hvor mange ruller du skal du og købe for at have nok til et år.*

Der gemmer sig noget skjult matematik i WC papir og du skal finde det. Måske man kan lave en formel for bruget af wc papir så man nemt kan beregne hvor mange ruller man har brug for - f.eks. hvis man skal på overlevelsestur med f.eks. en skoleklasse.

Spørgsmål

- *Kan man stille en formel op for en rulle f.eks. iforhold til antal ark og vægt?*
- *Kunne man give et bud på hvor mange gange en wc rulle holder?*
- *Kunne finde evt. finde ud af hvor mange WC ruller der bliver brugt om dagen i Danmark?*
- *Hvor meget fylder WC papiret i ens depot*