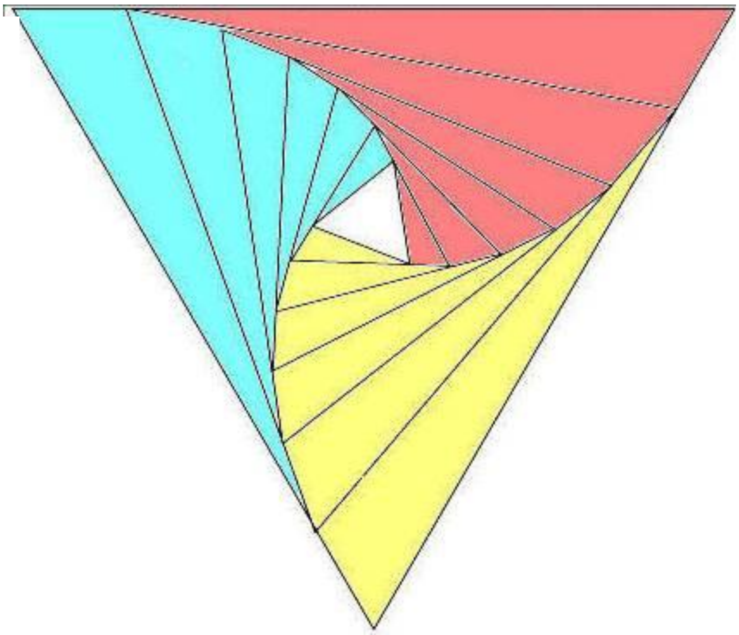
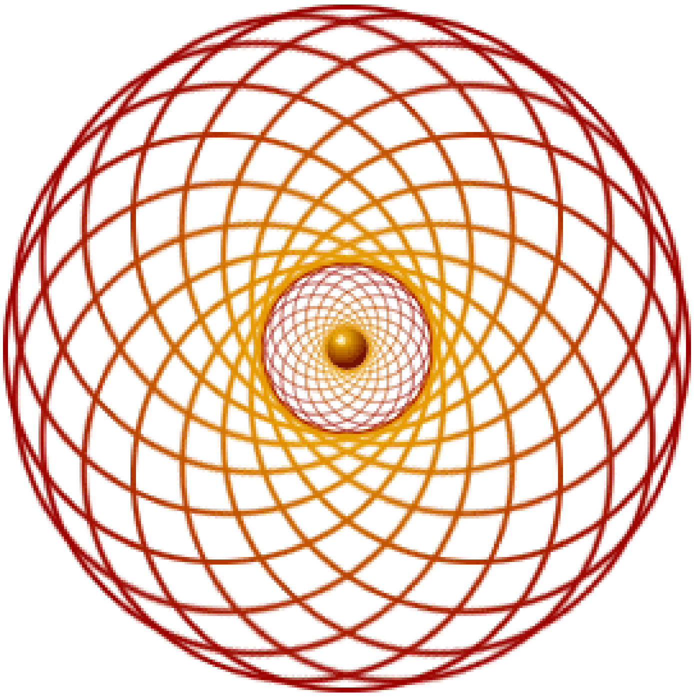
Navn: _______________ Klasse: ____

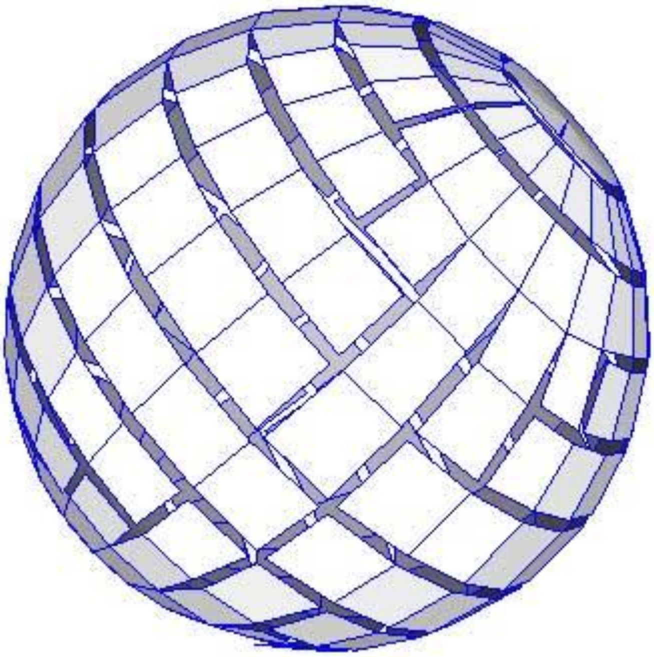
Matematik Opgave Kompendium

Geometri 2 - Plan & Rumgeometri

(Areal & Rumfang)







Opgaver: 42

Ekstra: 10

Point: _____

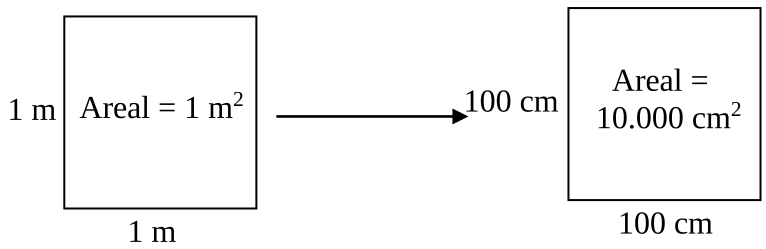
Omregning af areal enheder:

Hvis man har 1 m^2 (læses kvadratmeter) og man ønsker at lave den om til cm^2 (læses kvadratcentimeter) er man fristet til at mene at der går 100 cm^2 på en 1 m^2 fordi der går 100 cm på 1 m. <u>Dette er imidlertid forkert og er den fejl som oftest laves af elever!</u>

$\cancel{1\ m^2 = 100\ cm^2}$ $\quad\quad$ $1\ m^2 = 100\ cm * 100\ cm = 10.000\ cm^2$

Forkert $\quad\quad$ **Rigtigt**

Hvis man er i tvivl om hvor mange cm^2 der går på en 1 m^2 kan man altid tegne en firkant med siderne 1 m (altså som skitse). Arealet bliver derfor 1 m^2. Herefter omregnes siderne fra m til cm og arealet af firkanten beregnes i cm^2. På denne måde kan man finde ud af hvor mange cm^2 der går på en m^2. Denne teknik kan også bruges til andre arealer f.eks. hvor mange dm^2 der går på en 1 m^2.



Dvs. 1 m^2 = 100 * 100 cm = 10.000 cm^2 hvilket betyder at 3 m^2 = 3 * 10.000 cm^2 = 30.000 cm^2

Areal tabellen:

For nemhedens skyld er omregningerne opstillet i en tabel.

Enhed	**Areal**	**Symbol**	**Omregning**	**Antal**
Kilo	Kvadratkilometer	km^2	1000*1000 m	1 km^2 = 1.000.000 m^2
hektar	Hektar	ha	100 * 100 m	1 ha = 10.000 m^2
deka	Kvadratdekameter	dam^2	10 * 10 m	1 dam^2 = 100 m^2
meter	Kvadratmeter	m^2	1 * 1 m	1 m^2
deci	Kvadratdecimeter	dm^2	1 / (10 * 10)	1 m^2 = 100 dm^2
centi	Kvadratcentimeter	cm^2	1 / (100 * 100)	1 m^2 = 10.000 cm^2
mili	Kvadratmilimeter	mm^2	1 / (1000 * 1000)	1 m^2 = 1.000.000 mm^2

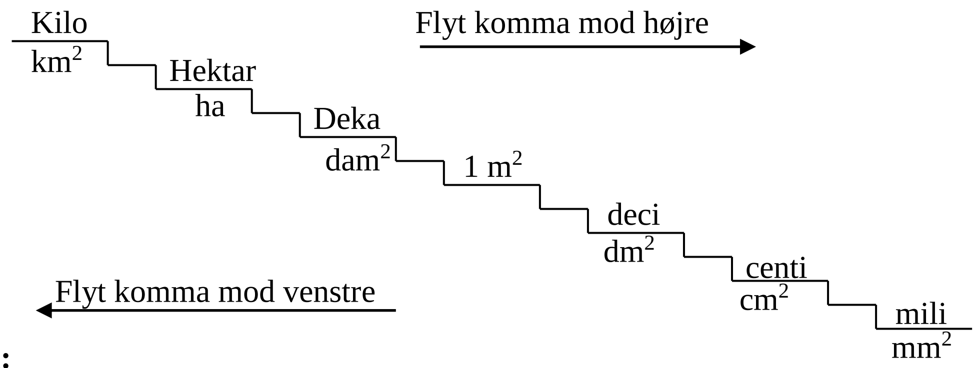
NB: hekto er erstattet med hektar.

Eksempel: 2 m^2 laves om til cm^2. ved at gange med 10.000 (tilføje 2 * 100) = 20.000 cm^2

Areal trappen:

Ligesom for enhederne kan man også lave en trappe der gør det nemmere at omregne arealerne.

Trappen fungerer på samme måde!



Eksempel:

Hvor mange mm^2 går der på 3 m^2. Vi går fra 1 m^2 ned af trappen 6 trin mod højre. Derfor skal kommaet flyttes 6 pladser mod venstre.

3 m^2 = 1000 mm * 1000 mm = 3.000.000 mm^2

Opgave 1: Lav arealerne om. (husk mili = 1/1000, centi = 1/100, deci = 1/10)

a) 8 m^2 = ____________ dm^2
b) 5 m^2 = ____________ cm^2
c) 2 m^2 = ____________ mm^2
d) 9 m^2 = ____________ cm^2
e) 10 m^2 = ____________ dm^2
f) 7 m^2 = ____________ mm^2
g) 0,3 m^2 = ____________ mm^2
h) 4,5 m^2 = ____________ dm^2
i) 12 m^2 = ____________ mm^2
j) 130 m^2 = ____________ cm^2

Opgave 2: Lav arealerne om.

a) 0,34 m^2 = ____________ dm^2
b) 0,0055 m^2 = ____________ cm^2
c) 0,04 m^2 = ____________ mm^2
d) 0,00078 m^2 = ____________ mm^2
e) 1,06 m^2 = ____________ cm^2
f) 3,08 m^2 = ____________ dm^2

Opgave 3: Lav arealerne om (husk kilo = 1000, hekto = 100, deka = 10)

a) 370.000 m^2 = ________ km^2
b) 220.000 m^2 = ________ ha
c) 99.000.000 m^2 = ________ km^2
d) 120.000 m^2 = ________ dam^2
e) 19.000.000 m2 = ________ ha
f) 5.300.000 m^2 = ________ dam^2
g) 5.000 m^2 = ________ km^2
h) 330.000 m^2 = ________ ha

Facit: 0,005 0,37 22 33 34 55 99 308 450 780 800 1.000 1.200 1.900 10.600 40.000 50.000 53.000 90.000 300.000 1.300.000 2.000.000 7.000.000 12.000.000

Opgave 4: Lav arealerne om.

a) 9 cm^2 = ____________ mm^2
b) 1 dm^2 = ____________ cm^2
c) 20000 mm^2 = ____________ dm^2
d) 2 dm^2 = ____________ mm^2
e) 80000 mm^2 = ____________ dm^2
f) 5 dm^2 = ____________ cm^2
g) 7.000 mm^2 = ____________ cm^2
h) 10000 mm^2 = ____________ dm^2

Opgave 5: Lav arealerne om.

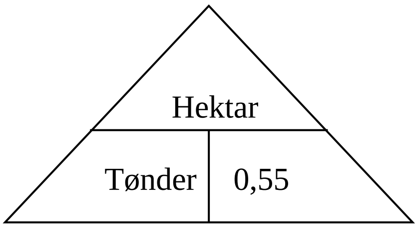
a) 40 km^2 = ____________ ha
b) 2 ha = ____________ dam^2
c) 3300 dam^2 = ____________ km^2
d) 3000 ha = ____________ km^2
e) 0,6 km^2 = ____________ dam^2
f) 1,3 km^2 = ____________ ha
g) 750 ha = ____________ km^2
h) 24 km^2 = ____________ ha

Opgave 6: Lav arealerne om.

a) 0,65 ha = ____________ dm^2
b) 8 dam^2 = ____________ cm^2
c) 400.000 dm^2 = ____________ dam^2
d) 450.000.000 cm^2 = ____________ ha
e) 0,0058 ha = ____________ mm^2
f) 35.000.000.000 cm^2 = ____________ km^2

En Tønde land.

Udtrykket er et gammel dansk areal mål og kommer af at man i gamle dage målte land i hvor mange tønder korn der kunne sås på et stykke land.
En tønde land er derfor det område som en tønde korn kan beplante.



Omregningsfaktor: 1 Tønde = 0,55 ha (præcist 5.516,2 m^2)

Ekstra Opgave 1: Omregn tønder til areal og omvendt.

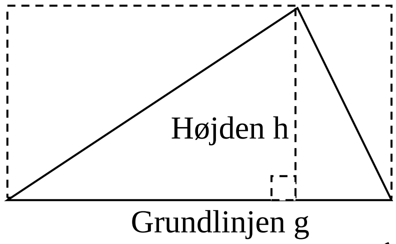
a) 20 tønder = ________ ha
b) 2 tønder = ________ ha
c) 120 tønder = ________ ha
d) 78,1 ha = ________ tønder
e) 23,1 ha = ________ tønder
f) 132 ha = ________ tønder
g) 0,99 km^2 = ________ tønder
h) 400 tønder = ________ km^2

Facit: 0,33 1 1,1 2 2,2 3,5 4,5 7,5 8 11 30 40 42 66 70 100 130 142 180 200 240 500 900 2400 4.000 6.000 20.000 650.000 8.000.000 58.000.000

Beregning af Arealer:

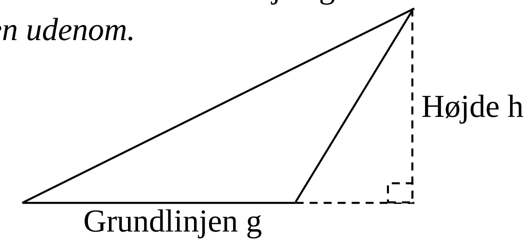
- **Trekanter:**

  $Areal = ½ * højde * grundlinje = \dfrac{højde * grundlinje}{2}$



  Huskelregel: Trekantens *areal er det halve af firkanten udenom.*

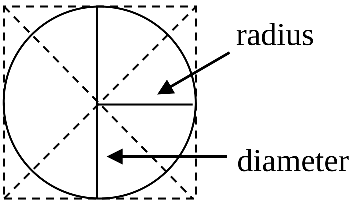
  Husk: Højden står altid vinkelret på grundlinjen!



- **Cirklen:**

  $Areal = \pi * r^2$

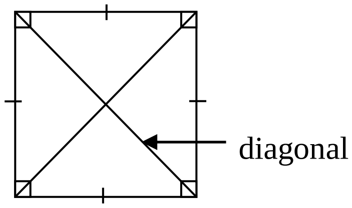
  $Omkreds = 2 * \pi * r = d * \pi$



- **Kvadrat:**

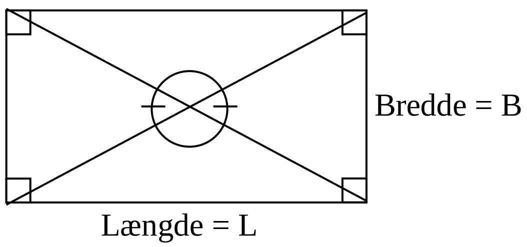
  Alle sider er lige lange!

  $Areal = sidelængde^2$



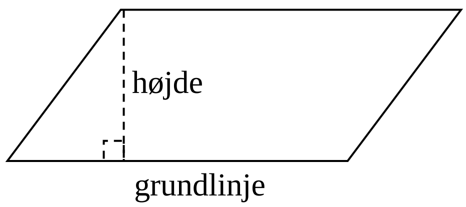
- **Rektangel:**

  $Areal = Længde * Bredde$



- **Parallelogram:**

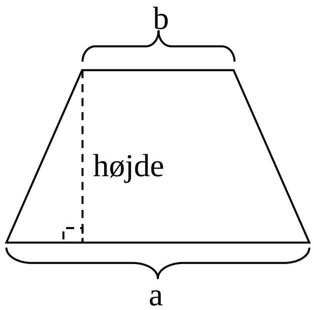
  $Areal = højde * grundlinje$



- **Trapez:**

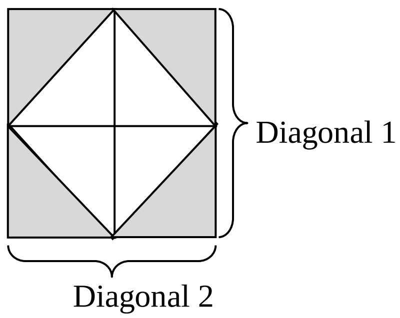
  $Areal = \dfrac{(a + b)}{2} * h$ **el.**

  $Areal = ½ * (a + b) * h$



- **Rombe:**

  $Areal = ½ * diagonal1 * diagonal2$



Opgave 7: Beregn trekanternes areal (**NB:** ingen lommeregner – kun hovedregning!)

a) g = 3, h = 4 Areal = ________
b) g = 2, h = 4 Areal = ________
c) g = 8, h = 4 Areal = ________
d) g = 10, h = 2 Areal = ________
e) g = 3, h = 3 Areal = ________
f) g = 2, h = 2 Areal = ________
g) g = 9, h = 4 Areal = ________
h) g = 10, h = 10 Areal = ________

Opgave 8: Beregn cirklernes areal når π sættes til 3 (**NB:** ingen lommeregner – kun hovedregning!)

a) r = 5 Areal = = ________
b) r = 4 Areal = = ________
c) r = 6 Areal = = ________
d) r = 3 Areal = = ________
e) r = 2 Areal = = ________
f) r = 1 Areal = = ________
g) r = 8 Areal = = ________
h) r = 10 Areal = = ________

Ekstra opgave 2: De gamle grækere brugte brøken $\frac{22}{7}$ som π. Brug denne brøk til at beregne arealet af en cirkel med radius 4! (Uden lommeregner kun brøkregning!)

Opgave 9: Beregn arealet af kvadraterne (**NB:** ingen lommeregner – kun hovedregning!)

a) s = 3 Areal = ________
b) s = 5 Areal = ________
c) s = 4 Areal = ________
d) s = 2 Areal = ________
e) s = 9 Areal = ________
f) s = 7 Areal = ________
g) s = 8 Areal = ________
h) s = 11 Areal = ________

Opgave 10: Beregn arealet af rektangler og parallelogrammer (**NB:** ingen lommeregner)

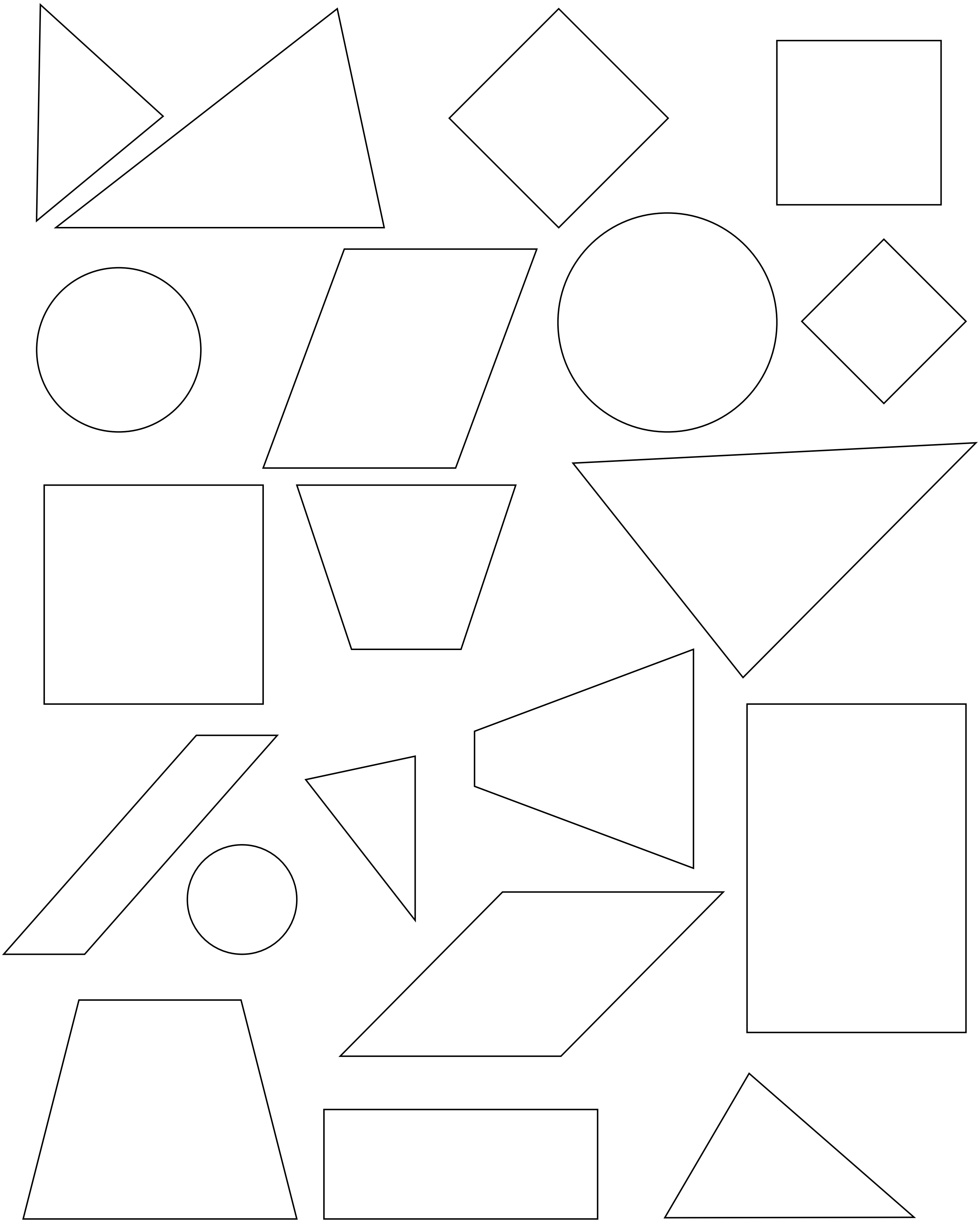
a) l = 5, b = 6 Areal = ________
b) l = 8, b = 4 Areal = ________
c) l = 10, b = 2 Areal = ________
d) g = 5, h = 7 Areal = ________
e) g = 6, h = 7 Areal = ________
f) g = 7, h = 8 Areal = ________

Opgave 11: Beregn arealet af trapezerne (**NB:** ingen lommeregner – kun hovedregning!)

a) a = 3, b = 5, h = 5 Areal = = ______
b) a = 2, b = 4, h = 2 Areal = = ______
c) a = 5, b = 7, h = 6 Areal = = ______
d) a = 10,b = 2, h = 3 Areal = = ______
e) a = 1, b = 5, h = 5 Areal = = ______
f) a = 3, b = 6, h = 2 Areal = = ______
g) a = 1, b = 2, h = 4 Areal = = ______
h) a = 8, b = 6, h = 3 Areal = = ______

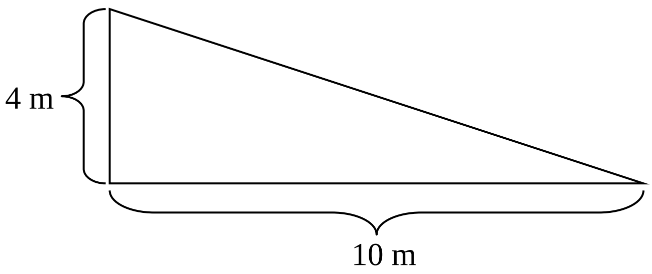
Facit: 1 2 3 4 4 4,5 1,5 6 6 6 9 9 10 12 15 16 16 18 18 17 20 20 21 25 27 30 32 35 36 42 48 49 50 $50\frac{2}{7}$ 52 56 64 75 81 89 108 121 192 251 300

Opgave 12: Beregn arealerne – skriv udregning i figuren. Brug nøjagtig π! (afrund til 1 decimal)



Facit: 2 3 3,1 4,5 4,5 6 6 6 7,1 8 9 9 10 10 12 12 12,6 13 14 15 16 16 18 24 32

Opgave 13: En billedkunstner har lavet et kunstværk der er en stor trekant. Kunstneren ønsker at belægge hele den ene side med bladguld (papirtyndt gul) så den skinner i solen. En skitse af kunstværket kan ses nedenfor.



a) Beregn arealet af skulpturen i m^2?

b) Man kan købe bladguld i ark af størrelsen 80 mm * 80 mm. Beregn arealet af et ark bladguld i cm^2?

c) Omregn arealet af skulpturen til cm^2?

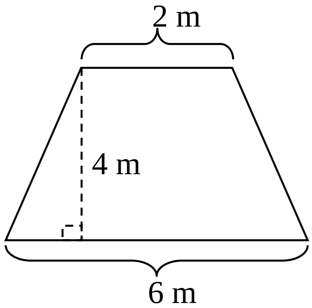
d) Hvor mange ark af bladguld skal kunstneren bruge til sit kunstværk?

e) Man kan få 25 ark bladguld (80 * 80 mm) til 431,60 kr. Hvad vil det koste at belægge skulpturen med bladguld hvis kunstneren vælger dette tilbud?

f) Kunstneren synes det lyder dyrt og har fundet et andet tilbud. Her kan kunstneren få 25 ark bladguld (80*80mm) til 273,75 kr. Hvad kan der <u>spares</u> ved at vælge dette tilbud?

Ekstra Opgave 3: Kunstneren får i sidste øjeblik lyst til at ændre sit kunstværk fra en trekant til en cirkel (det ligner jo bedre en sol). Problemet er, at der er købt bladguld så arealet af cirklen skal være ca. det samme som trekanten. Bestemt radius af den cirkel som skal laves?

Opgave 14: Den ene side af et hus har form som et trapez (se skitse).

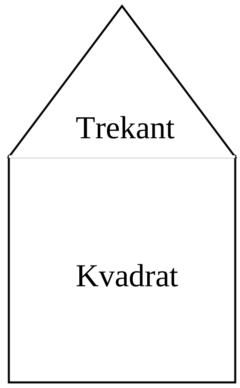


a) Hvor stort et areal dækker trapez'et i m^2?

b) Siden skal males med Gori træbeskyttelse. En liter Gori dækker ca. 800 dm^2. Hvor mange liter Gori skal der bruges på siden?

c) Hvad vil det koste hvis begge sider af huset skal males med Gori hele 2 gange når en spand Gori med 5 liter koster 1.000 kr?

Facit: 2 2,5 8,5 16 20 64 1.025 2.000 3125 10.255 19.731,25 53.950 200.000 320.000

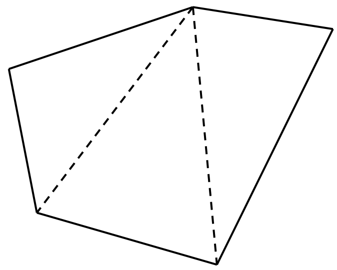


Arealet af sammensatte figurer:

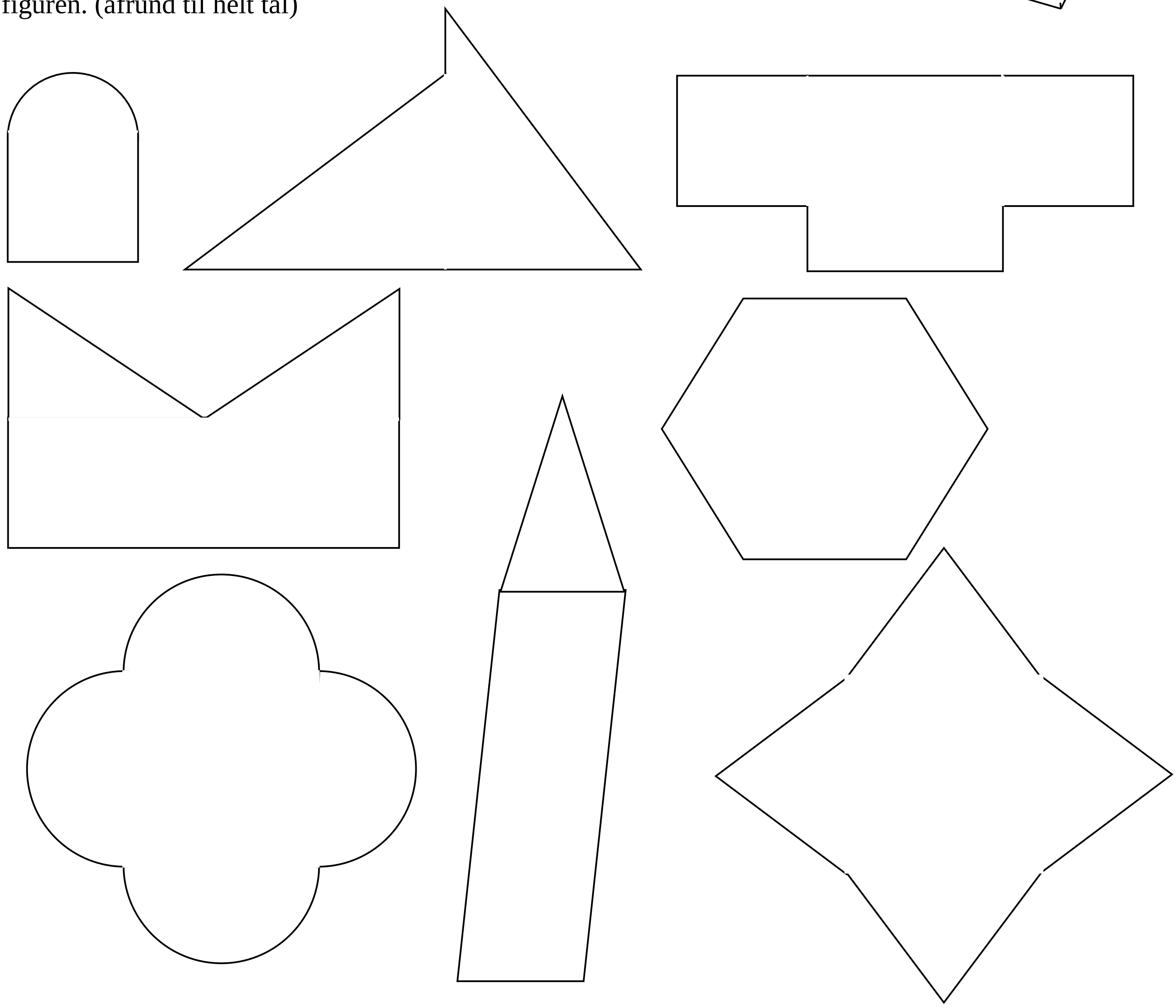
Ikke alle figurer passer til en af de standard figurer vi har set på i de sidste sider. Når dette er tilfældet bliver man nød til at dele figuren op i mindre figurer som man godt kan beregne arealet af. I eksemplet til højre ses et hus der består af et kvadrat og en trekant.

Arealet af hus = Arealet Trekanten + Arealet kvadratet.

Ved svære figurer som f.eks. polygoner (mange kanter) kan man dele figuren op i mindre trekanter:

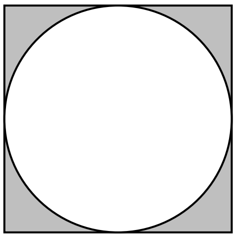


Opgave 15: Beregn arealet af de sammensatte figurer og skriv udregning i figuren. (afrund til helt tal)



Facit: 5 6 9 12 14 15 17 17 18 21 23 25

Arealet imellem to figurer (udenoms areal):

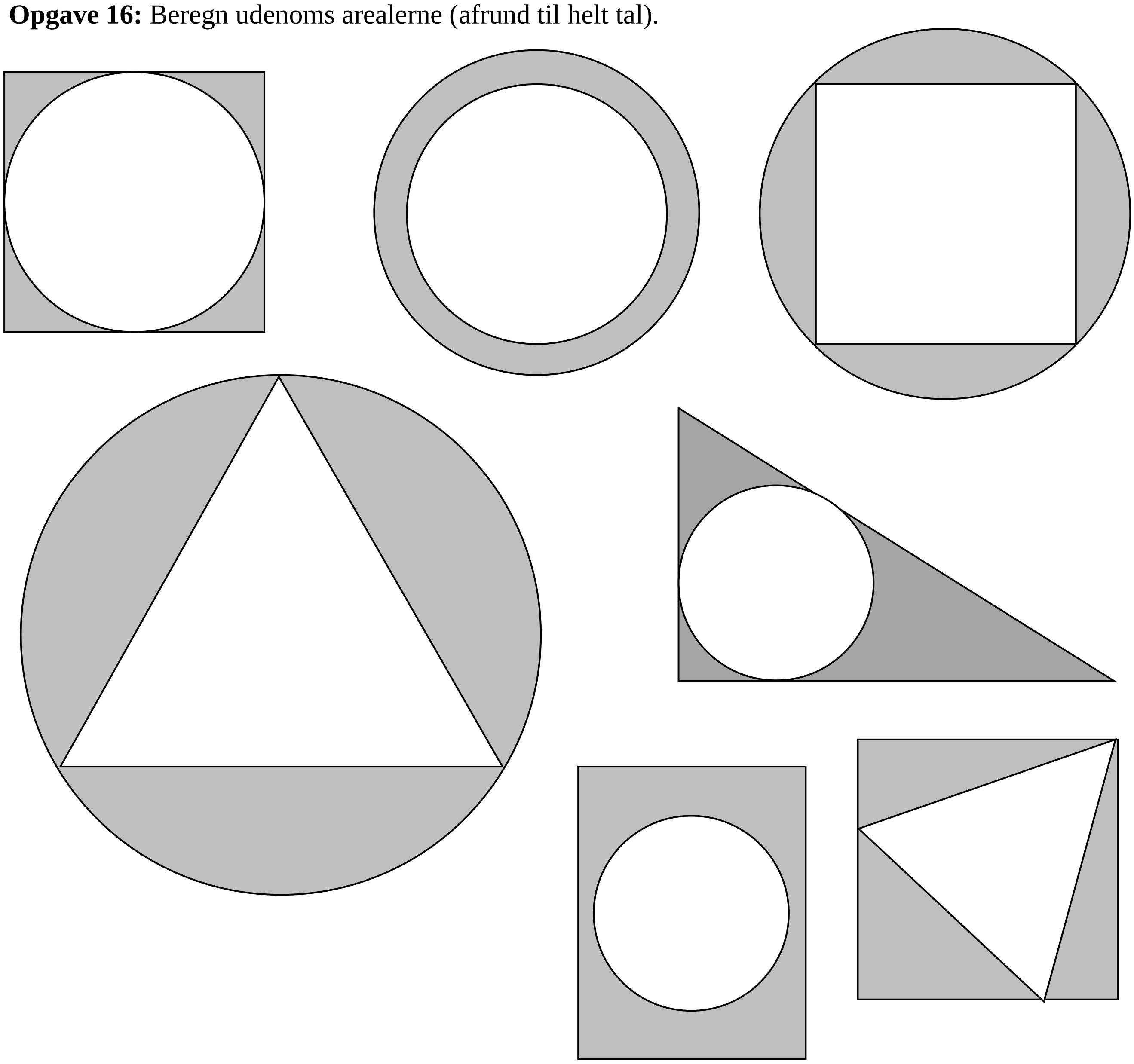


Ligesom figurer kan lægges sammen kan de også lægges indeni hinanden. Når dette gøres opstår der et arealet som ligger imellem de to figurer – et udenoms areal. Arealet af dette område kan findes ved at trække arealerne for de to figurer fra hinanden:

Udenoms Areal = Areal Kvadrat – Areal Cirkel

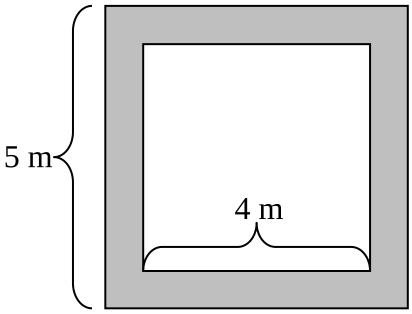
Udenoms Areal = $(3 * 3 \text{ cm}) – (\pi * 1{,}5^2) = 1{,}9 \approx 2 \text{ cm}^2$

Opgave 16: Beregn udenoms arealerne (afrund til helt tal).



Facit: 1 3 7 7 9 9 10 13 30 42

Opgave 17: En gartner skal anlægge et kvadratisk blomsterbed. Udenom beddet skal der være en grussti.



a) Beregn arealet af denne grussti i m^2?

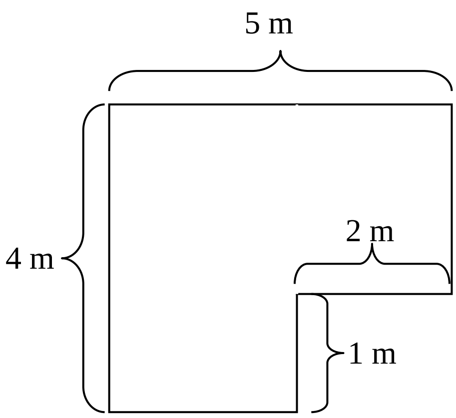
b) Gartneren tager i silvan og køber de billigste granit sten som benyttes til havestier. Her får man 1 sæk sten til 60 kr. En sæk dækker 20.000 cm^2. Hvor mange m^2 kan 1 sæk dække?

c) Hvor mange sække skal gartneren købe til grusstien?

d) Hvad koster det at købe disse sække til haven?

e) Det midterste område skal beklædes med rullegræs. 100 dm2 rullegræs koster 49,95 kr. Beregn hvad det koster at lægge rullegras på det midterste område – afrund resultatet til helt antal 100 kroner?

Ekstra Opgave 4: En mand skal lægge fliser på sit badeværelse. Til højre ses en skitse af badeværelset.



a) Beregn arealet af badeværelset?

b) Hvor mange flisepakker skal manden købe når en pakke fliser rækker til 1,26 m^2?

c) En flisepakke koster 302,26 kr. Hvad koster det at lægge fliser på gulvet?

d) På væggene skal der også fliser. Han har fundet en pakke hvor en flise måler 150 * 75 mm. I en pakke er der 76 fliser. Hvor mange m^2 dækker en pakke af denne type fliser? (2 decimal)

e) Væggen er 2,5 m høj i hele badeværelset. Beregn hvor mange pakker fliser han skal købe for at lægge fliser på alle vægge i badeværelset? (**hint:** læg alle sider sammen og find arealet)

f) En pakke fliser koster 257,96 kr. Hvad koster fliserne til væggene?

Facit: 0,5 0,86 2 5 7 9 15 18 45 53 300 800 1025 4.534 10.522 13.672

At regne baglæns med arealformlerne:

I det foregående har vi beregnet arealet af forskellige figurer. Men i nogle opgaver får man oplyst arealet og skal beregne en af tingene i figuren f.eks. radiussen. For at kunne dette, er man nød til at lave arealformlen om og så man kan regne baglæns. Dette gøres nemmest ved, at betragte arealformlen som en ligning, hvor den ting som skal beregnes er den ubekendte x!

Isolering af radius i Cirkelens arealformel:

CirkelAreal $= \pi * r^2$ (π flyttes, * bliver :)

$$\frac{CirkelAreal}{\pi} = r^2$$ (r^2 bliver til √)

$$\sqrt{\frac{CirkelAreal}{\pi}} = r$$

Isoler <u>selv</u> længden i rektanglets areal:

Rektangel Areal = l * b (* bliver til :)

Opgave 18: Benyt princippet illustreret ovenfor til at løse tekststykkerne.

a) En brolægger skal lave en cirkel af brosten på en plads. Cirklen skal have et areal på 20 m^2. Hvad skal radius være i cirklen?

b) En arkitekt skal lave en stue med et areal på 30 m^2 og har fået at vide at bredden af stuen skal være 5 m. Hvor lang kan stuen blive?

c) Et firma vil have anlagt en kvadratisk have på 64 m^2. Hvad skal sidelængden være af kvadratet?

d) En skolelære vil tegne en cirkel på tavlen der har et areal på 532 cm^2. Hvad skal radius være i cirklen?

e) En gartner skal anlægge et cirkulært bed i en have på 150 m^2. Bedet skal udgøre 30 % af haven. Hvor stor skal radius i bedet være?

Ekstraopgave 5: En seng har et areal på 12.950 cm^2. Bunden er dækket af 15 træbrædder (lameller) som er 70 cm lange. Træbrædderne fylder halvdelen af sengens areal. Hvor brede er brædderne?

Facit: 1,2 2,5 3,8 4,6 6 6,2 7,8 8 13 15

Omregning af rumfang:

Hvis man har 1 m^3 (læses kubikmeter) og man ønsker at lave den om til cm^3 (læses kubikcentimeter) er man fristet til at mene at der går 100 cm^3 på en 1 m^3 fordi der går 100 cm på 1 m. <u>Dette er imidlertid forkert og er den fejl som oftest laves af elever!</u>

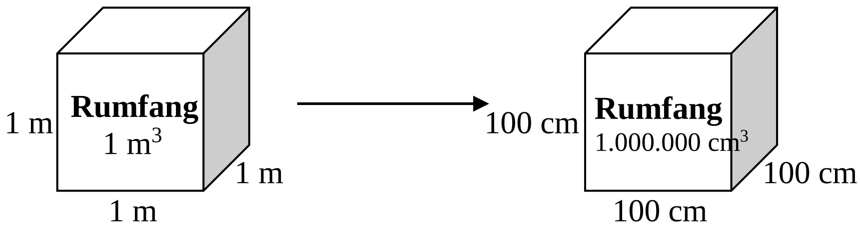
$\cancel{1\ m^3 = 100\ cm^3}$

Forkert

$1\ m^3 = 100 * 100 * 100\ cm = 1.000.000\ cm^3$

Rigtigt

Hvis man er i tvivl om hvor mange cm^3 der går på en 1 m^3 kan man altid tegne en kasse med siderne 1 m (altså som skitse). Rumfanget bliver derfor 1 m^3. Herefter omregnes siderne fra m til cm og rumfanget af kassen beregnes i cm^3. På denne måde kan man finde ud af hvor mange cm^3 der går på en m^3. Denne teknik kan også bruges til andre rumfang f.eks. hvor mange dm^3 der går på en 1 m^3.



Dvs. $1\ m^3 = 100 * 100 * 100\ cm = 1.000.000\ cm^3$ hvilket betyder at

$3\ m^3 = 3 * 1.000.000\ cm^3 = 3.000.000\ cm^2$

Rumfang tabellen:

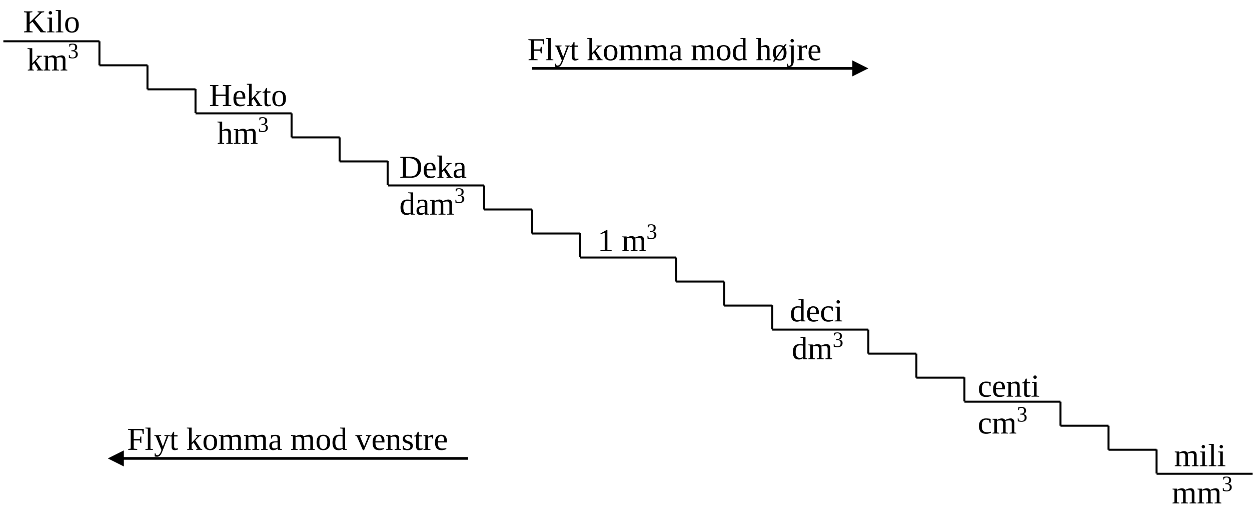
Enhed	**Areal**	**Symbol**	**Omregning**	**Antal**
Kilo	Kubikkilometer	km^3	1000*1000*1000 m	$1\ km^2 = 1.000.000.000\ m^3$
hektar	Kubikhektometer	hm^3	100 * 100 * 100 m	$1\ ha = 1.000.000\ m^3$
deka	Kubikdekameter	dam^3	10 * 10 * 10 m	$1\ dam^3 = 1.000\ m^3$
meter	Kubikmeter	m^3	1 * 1 * 1 m	$1\ m^3$
deci	Kubikdecimeter	dm^3	1 / (10 * 10 * 10)	$1\ m^3 = 1.000\ dm^3$
centi	Kubikcentimeter	cm^3	1 / (100 * 100 * 100)	$1\ m^3 = 1.000.000\ cm^3$
mili	Kubikmilimeter	mm^3	1 / (1000*1000*1000)	$1\ m^3 = 1.000.000.000\ mm^3$

Eksempel: 2 m^3 laves om til cm^3. ved at gange med 1.000.000 = 2.000.000 cm^3

Rumfangs trappen:

Ligesom for enhederne kan man også lave en trappe der gør det nemmere at omregne rumfang.

Trappen fungerer på samme måde!



Eksempel:

Hvor mange mm^3 går der på 3 m^3. Vi går fra 1 m^3 ned af trappen 9 trin mod højre. Derfor skal kommaet flyttes 9 pladser mod venstre (husk kommaet er usynligt)

$$3\ m^3 = 1000\ mm * 1000\ mm * 1000\ mm = 3.000.000.000\ mm^3$$

Opgave 19: Lav rumfangene om.

a) 4 m^3 = ________________ dm^3

b) 2 m^3 = ________________ cm^3

c) 9 m^3 = ________________ mm^3

d) 230 m^3 = ________________ dm^3

e) 1,08 m^3 = ________________ mm^3

f) 44 m^3 = ________________ cm^3

g) 350 m^3 = ________________ cm^3

h) 300 m^3 = ________________ dm^3

Opgave 20: Lav rumfangene om.

a) 0,5 m^3 = ________________ dm^3

b) 0,0042 m^3 = ________________ mm^3

c) 0,0994 m^3 = ________________ cm^3

d) 0,8 m^3 = ________________ cm^3

e) 0,007 m^3 = ________________ dm^3

f) 0,00048 m^3 = ________________ mm^3

Opgave 21: Lav rumfangene om

a) 6.000.000 m^3 = __________ hm^3

b) 5.900.000.000 m^3 = __________ km^3

c) 520.000 m^3 = __________ hm^3

d) 44.000 m^3 = __________ dam^3

e) 900.000.000 m^3 = __________ km^3

f) 10.000.000.000 m^3 = __________ hm^3

g) 1.552.000 m^3 = __________ dam^3

h) 72.000.000 m^3 = __________ hm^3

Facit: 0,52 0,9 5,9 6 7 44 72 500 1.552 4.000 10.000 99.400 230.000 300.000 480.000 800.000 2.000.000 4.200.000 44.000.000 350.000.000 1.080.000.000 9.000.000.000

Opgave 22: Lav rumfangene om

a) 9,5 km^3 = ______________ m^3

b) 3,2 dam^3 = ______________ m^3

c) 2,8 hm^3 = ______________ m^3

d) 0,005 km^3 = ______________ m^3

e) 51.000 dm^3 = ________ m^3

f) 201.000 cm^3 = ________ m^3

g) 1.500.000.000 mm^3 = ________ m^3

h) 208.000 dm3 = ________ m^3

Opgave 23: Lav rumfangene om

a) 6 dm^3 = ____________ mm^3

b) 3.000 mm^3 = ____________ cm^3

c) 8 cm^3 = ____________ mm^3

d) 2 km^3 = ____________ hm^3

e) 51 dam^3 = ____________ dm^3

f) 77.000 mm^3 = ____________ dm^3

g) 570.000 hm^3 = ____________ dam^3

h) 9 dm^3 = ____________ cm^3

Opgave 24: Og så de store tal.

a) 5,5 km^3 = ____________________ dm^3 (Billion)

b) 9,6 km^3 = ____________________ cm^3 (Billiard)

c) 1 km^3 = ____________________ mm^3 (Trillion)

d) 3.300.000.000.000 dm^3 = _________ km^3

Fra Rumfang til Liter:

Rumfang og liter begrebet fortæller egentligt noget om det samme nemlig hvor meget noget fylder. Heldigvis for os hænger de to begreber sammen således at der gælder at:

1 dm^3 = 1 liter (dvs. 1 m^3 = 1000 liter)

1 cm^3 = 1 ml

Dvs. 2 dm^3 egentlig blot er 2 liter – man regner lige over!

Gamle Liter Mål:
- 1 Pot = 0,97 Liter
- 1 Kande = 1,93 Liter
- 1 Anker = 131.4 Liter

Opgave 25: Lav rumfangene om til liter og omvendt.

a) 5 dm^3 = __________ L

b) 5.200 cm^3 = __________ ml

c) 40 m^3 = __________ L

d) 6000 mm^3 = __________ ml

e) 80.000 L = __________ dm^3

f) 120.000 ml = __________ cm^3

g) 300.000 L = __________ m^3

h) 800.000 ml = __________ dm^3

Opgave 26: En svømmepøl fylder 3.500 m^3. Pølen skal fyldes med flydende chokolade – hvor mange liter chokolade kan der fyldes i pølen?

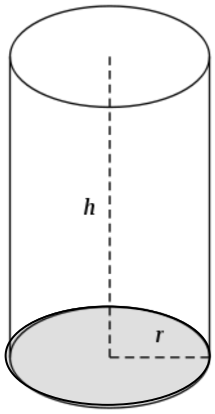
Facit: 0,077 0,201 1,5 3 3,3 5 6 51 208 300 507 800 2.000 3.200 5.200 8.000 9.000 40.000 80.000 120.000 2.800.000 3.500.000 5.000.000 6.000.000 51.000.000 570.000.000 9.500.000.000 5.500.000.000.000 9.600.000.000.000.000 1.000.000.000.000.000.000

Rumfang og grundfladeareal:

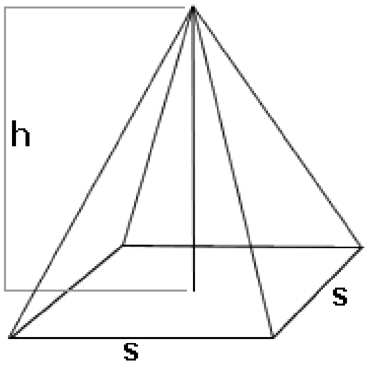
Når man beregner rumfanget af et objekt finder man ud af hvor meget objektet fylder.

Der findes to typer af objekter man kan beregne rumfanget af:

- **Ens snitflade:** objekter der har den samme snitflade igennem hele objektet. Dvs. hvis vi snitter objektet i små finde salami-bidder vil alle snit have samme form og areal. Et eksempel på dette er en cylinder, kasse og prisme.
- **Forskellig snitflade:** objekter hvor snittet hele tiden ændre sig. Dvs. hvert snit vil have en anderledes form end de andre snit! Et eksempel på dette er en pyramide, kugle og kegle.



Cylinder (ens snitflade)

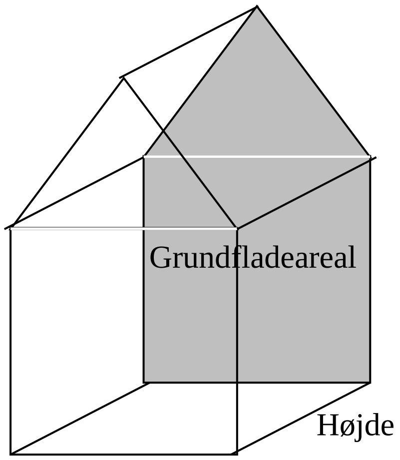


Pyramide (forskellig snitflade)

Rumfanget af objekter med ens snitflade:

Hvis vi har et objekt hvor snitfladen er ens igennem hele objektet kan man finde rumfanget ved at multiplicere højden med grundfladearealet/snitfladearealet.

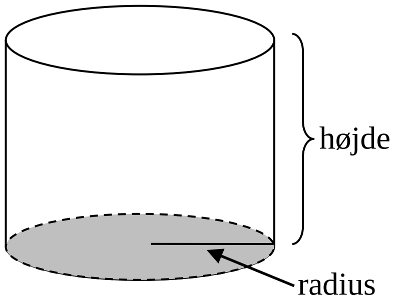
Rumfang Ens Snitflade = Grundfladeareal * højde.

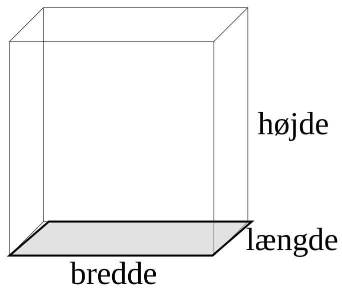


Rumfanget af Cylinder:

Rumfanget af en cylinder må være arealet af grundfladen som er arealet af cirklen ($\pi * r^2$) multipliceret med højden (h).

Rumfang Cylinder = $\pi * r^2 * h$





Rumfang af Kasse:

Grundfladen af en kasse må være længde gange bredde:

Rumfang Kasse = længde * bredde * højde.

Rumfang af Kubbe/Terning:

I en kubbe/terning er alle sider (s) lige lange dvs. rumfanget må være:

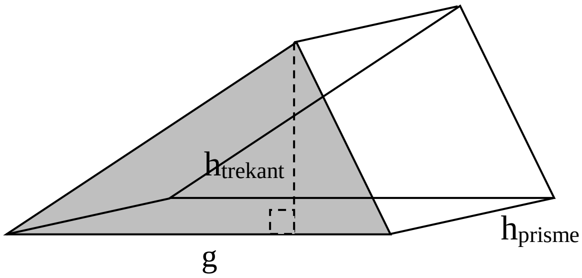
Rumfang terning = side * side * side = s^3

Rumfang af prisme:

Grundfladen af et prisme er en trekant så rumfanget er:

Rumfang Prisme = ½ $h_{trekant}$ * g * h_{prisme}

Rumfang Prisme = $\dfrac{h_{trekant} * g * h_{prisme}}{2}$



Opgave 27: Beregn rumfanget af kasserne. (**NB:** ingen lommeregner – kun hovedregning!)

a) b = 3, l = 4, h = 5 Rumfang = ________
b) b = 2, l = 8, h = 2 Rumfang = ________
c) b = 5, l = 5, h = 4 Rumfang = ________
d) b = 10, l = 2, h = 4 Rumfang = ________
e) b = 6, l = 4, h = 2 Rumfang = ________
f) b = 3, l = 3, h = 3 Rumfang = ________
g) b = 7, l = 3, h = 4 Rumfang = ________
h) b = 2, l = 3, h = 3 Rumfang = ________

Opgave 28: Beregn rumfanget af cylinder. Sæt π til 3 (**NB:** kun hovedregning eller papir!)

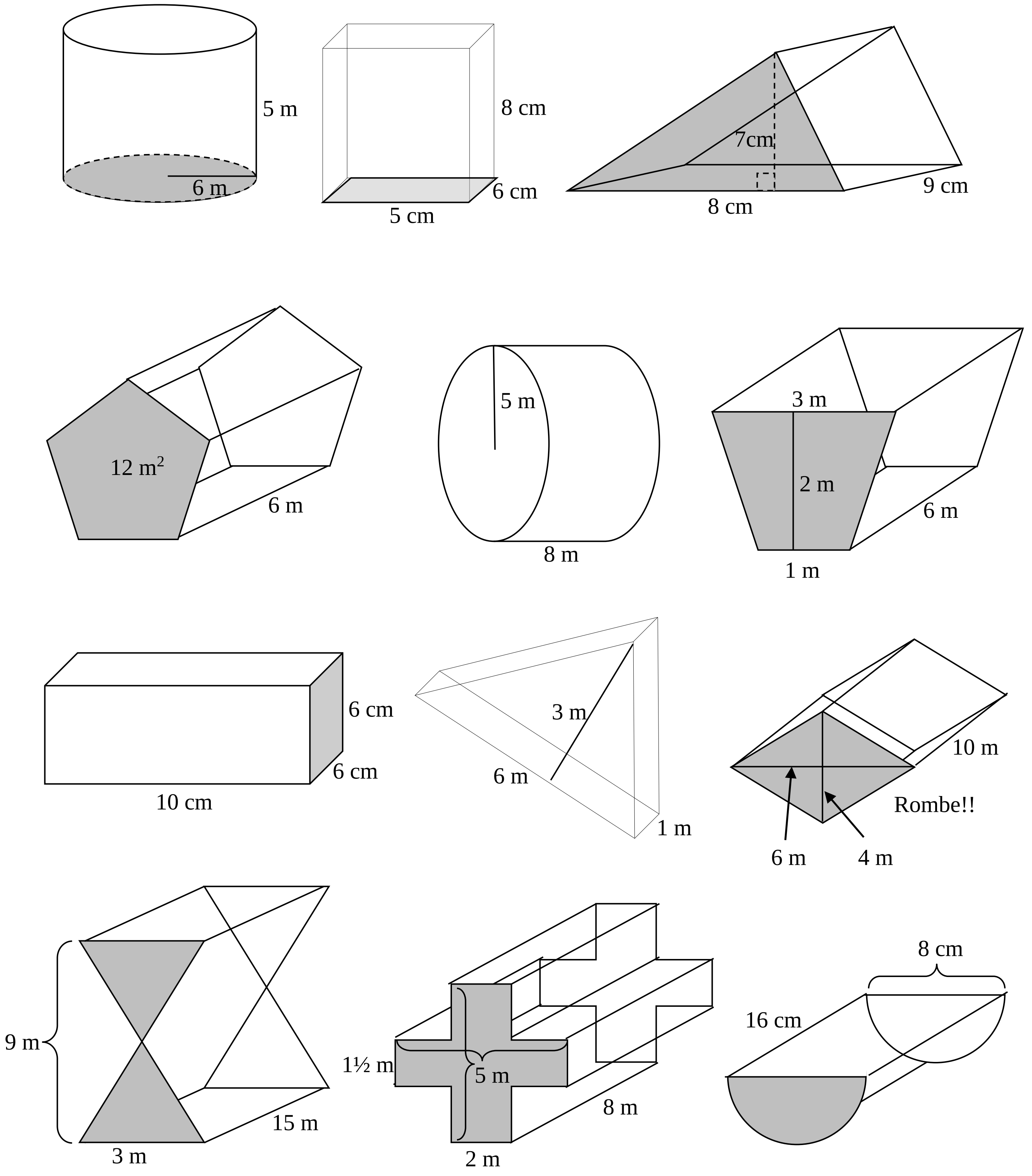
a) r = 3, h = 2 Rumfang = __________
b) r = 2, h = 3 Rumfang = __________
c) r = 1, h = 5 Rumfang = __________
d) r = 4, h = 2 Rumfang = __________
e) r = 5, h = 3 Rumfang = __________
f) r = 2, h = 6 Rumfang = __________
g) r = 10, h = 2 Rumfang = __________
h) r = 8, h = 3 Rumfang = __________

Opgave 29: Beregn rumfanget af prisme. h_t = trekant højde, h_p = prisme (**NB:** kun hovedregning!)

a) $h_t = 2$, $g = 4$, $h_p = 5$ Rumfang = ________
b) $h_t = 2$, $g = 5$, $h_p = 6$ Rumfang = ________
c) $h_t = 1$, $g = 4$, $h_p = 5$ Rumfang = ________
d) $h_t = 3$, $g = 4$, $h_p = 2$ Rumfang = ________
e) $h_t = 5$, $g = 5$, $h_p = 4$ Rumfang = ________
f) $h_t = 2$, $g = 8$, $h_p = 2$ Rumfang = ________
g) $h_t = 4$, $g = 5$, $h_p = 7$ Rumfang = ________
h) $h_t = 7$, $g = 8$, $h_p = 2$ Rumfang = ________

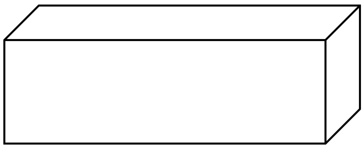
Facit: 5 10 12 15 16 18 20 27 30 32 36 37 48 50 54 56 60 70 72 80 84 96 100 180 225 576 600 725

Opgave 30: Beregn rumfanget af objekterne og afrund til helt tal. (lommeregner må bruges)



Facit: 3 9 24 72 88 116 120 135 202 240 252 360 402 502 565 603 628

Opgave 31: Hr. Madsen skal have fyldt sin svømmepøl. Den har form som en kasse og er 6 m lang, 5 m bred og 2,5 m i dybden.



a) Beregn rumfanget af svømmepølen i m^3? (skriv mål på skitsen)

b) Den skal fyldes med vand men vandstanden må ikke komme helt op til kanten. Der skal være 5 cm ned til vandoverfladen. Hvor mange liter vand skal han fylde i pølen for at vandstanden er 5 cm under kanten?

c) En kubikmeter (m^3) vand koster 36,80 kr inkl moms (2011 KBH takst). Hvad koster det at fylde svømmepølen med vand?

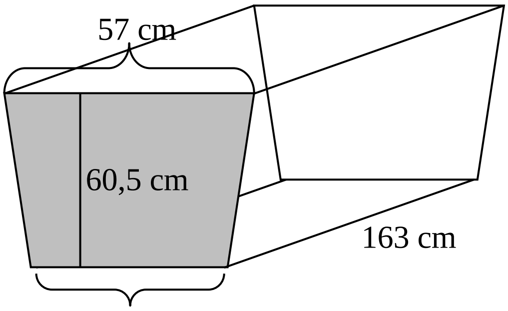
d) Til efteråret skal pølen tømmes for vand. Det koster også penge nemlig vandafledningsafgift til kommunen på 17,24 kr pr m^3 vand. Hvad koster det at tømme pølen igen?

Opgave 32: Pia har et badekar som skal fyldes med koldt vand. På skitsen nedenfor kan man se målene på badekaret.

a) Beregn rumfanget af badekaret i m^3? (2 decimaler!)

b) Hvor mange liter vand skal der hældes i badekaret hvis vandstanden skal være 3 cm under kanten?

c) Hvad koster det at fylde badekaret op?



Ekstra Opgave 6: En sodavandsdåse har en diameter på 6 cm og en højde på 11,5 cm.

a) Beregn rumfanget af sodavandsdåsen cm^3?

b) Hvor mange cl sodavand kan der være i dåsen? (1 decimal)

Ekstraopgave 7: En kasse (ramme) med 24 sodavand måler 40 cm i bredden, 26 cm i højden og 12 cm i dybden. Hvor mange dåser er der plads til i rammen hvis dåserne kan antage alle former og dermed fylde kassen perfekt ud?

Facit: 0,1 0,46 0,49 8 17 32,5 38 75 102 325 464 1.267 1.852 2.705 62.500 73.500

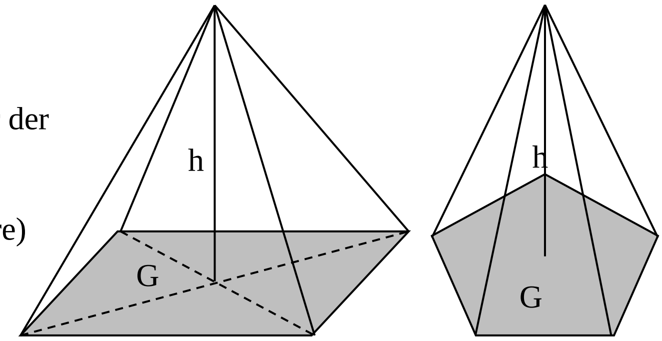
Rumfanget af objekter med forskellige snitflader:

Når et objekt ikke har den samme snitfalde igennem hele objektet giver det ikke nødvendigvis mening hvordan rumfanget skal beregnes. Heldigvis er beregningen af rumfanget for en pyramide og en kegle ens:

$$Rumfang\ kegle/pyramide = \frac{1}{3} * Grundfaldeareal * højde$$

Rumfanget af en pyramide:

En pyramide består af en grundflade og et antal sider der mødes i et fælles punkt. Det man forbinder med en pyramide er hvor grundfladen er en firkant (til venstre) men teknisk set kan pyramidens grundflade være en hvilken som helst polygon (mangekant).

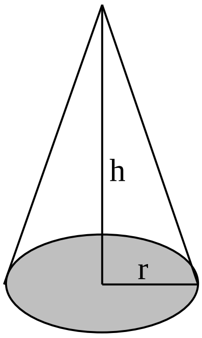


Firkantet Pyramide Femkantet Pyramide

$$Rumfang\ Pyramide = \frac{1}{3} * G * h = \frac{G * h}{3}$$

Rumfanget af en Kegle:

En kegle har en snitflade som er rund og jo længere man kommer mod toppen jo mindre bliver disse runde snitflader! Grundfladearealet er selvfølgelig arealet af en cirkel så rumfanget for en kegle må være:



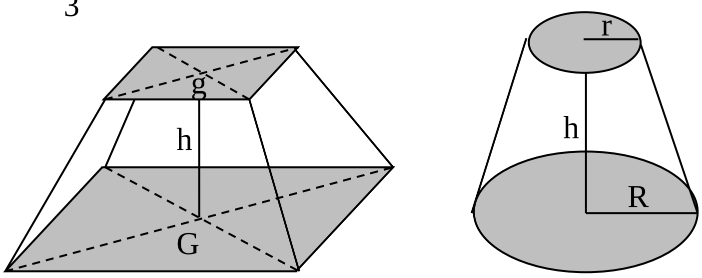
$$Rumfang\ Kegle = \frac{1}{3} * \pi * r^2 * h = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$

Rumfanget af pyramide stub og kegle stub:

Hvis pyramiden eller keglen skæres af i toppen kalder man det for en stub. Stubbens rumfang kan ikke beregnes med den samme rumfangsformel:

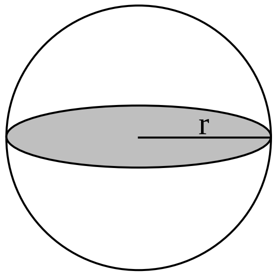
$Rumfang\ Pyramide\ Stub = \frac{1}{3} * h * (G + g + \sqrt{G * g}\ )$ hvor G = areal bund, g = areal top

$Rumfang\ Kegle\ Stub = \frac{1}{3} * \pi * h * (R^2 + r^2 + R * r)$ hvor R = radius bund, r = radius top



Pyramide Stub Kegle Stub

Rumfang af en kugle:



Æren for opdagelsen af kuglens rumfang skal tilskrives Arkimedes (287 f.kr). Han opdagede og opfandt mange andre ting f.eks. massefylde men dette var den opdagelse han selv var stoltest af.

$$\textit{Rumfang Kugle} = \frac{4}{3} * \pi * r^3 = \frac{4 * \pi * r^3}{3}$$

Eksempel på smart hovedregning:

Vi skal beregne rumfanget af en pyramide med en grundflade som et rektangel (4* 3 m) og med højden 5 m. Vi skriver det op i formlen og ser at 6 kan forkortes med 3 i nævneren:

$$\text{Rumfang Pyramide} = \frac{4*6*5}{3} = \frac{4*\cancel{6}*5}{\cancel{3}} = \frac{4*2*5}{1} = 4 * 2 * 5 = 40$$

Opgave 33: Beregn rumfanget af pyramiderne med rektanglet grundflade. (**NB:** uden lommeregner)

a) l = 3, b = 3, h = 9 Areal = = _____
b) l = 2, b = 3, h = 9 Areal = = _____
c) l = 5, b = 3, h = 5 Areal = = _____
d) l = 4, b = 6, h = 5 Areal = = _____
e) l = 6, b = 6, h = 4 Areal = = _____
f) l = 7, b = 9, h = 3 Areal = = _____
g) l = 3, b = 6, h = 4 Areal = = _____
h) l = 8, b = 2, h = 3 Areal = = _____

Opgave 34: Beregn rumfanget af keglerne vha. lommeregner (afrund til helt tal)

a) r = 3, h = 5 Areal = = ______
b) r = 5, h = 4 Areal = = ______
c) r = 6, h = 6 Areal = = ______
d) r = 1, h = 7 Areal = = ______
e) r = 3, h = 13 Areal = = ______
f) r = 8, h = 12 Areal = = ______
g) r = 10, h = 15 Areal = = ______
h) r = 1, h = 1 Areal = = ______

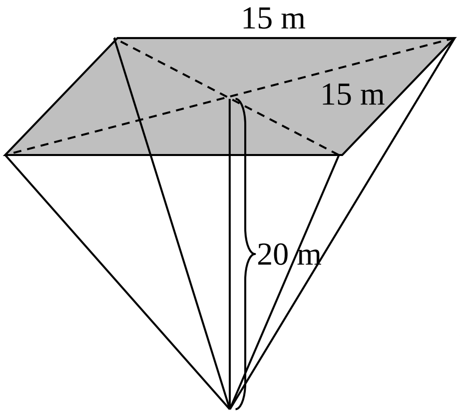
Når man skal indtaste 4^3 på sin lommeregner skal man taste 4 ^ 3 (^ er en knap på lommeregneren til potens regning)

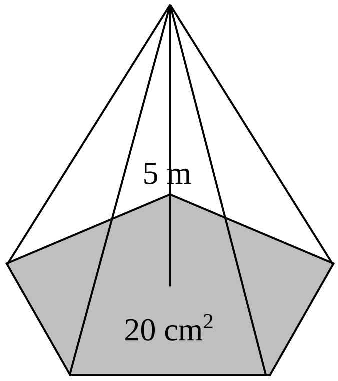
Opgave 35: Beregn rumfanget af kuglerne vha. lommeregner (afrund til helt tal)

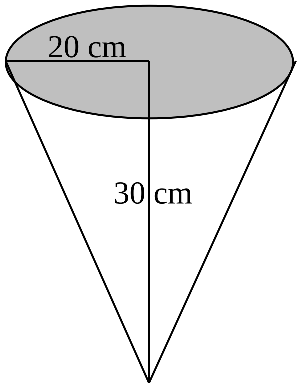
a) r = 3 Areal = = ______
b) r = 4 Areal = = ______
c) r = 2 Areal = = ______
d) r = 1 Areal = = ______
e) r = 6 Areal = = ______
f) r = 9 Areal = = ______

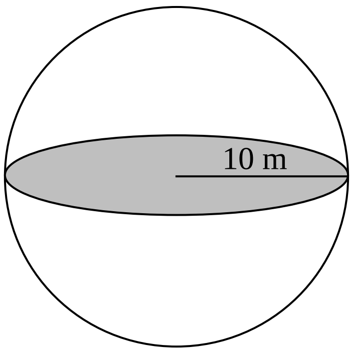
Facit: 1 2 4 7 16 18 24 25 27 30 34 40 47 48 63 105 113 123 199 226 268 804 905 1.571 2.024 3.054

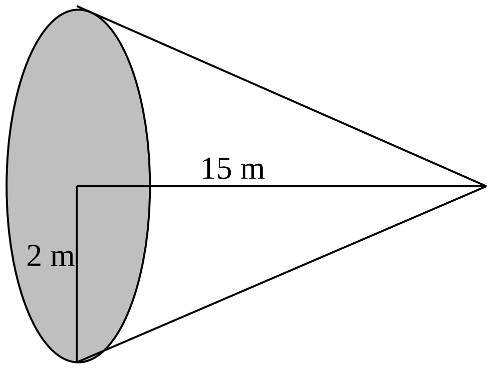
Opgave 36: Beregn rumfanget af objekterne (afrund til helt tal)

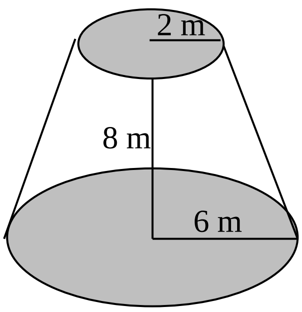


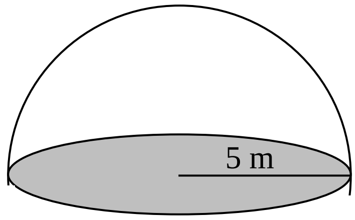


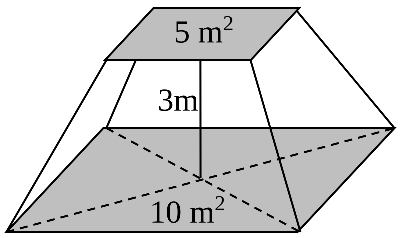












Facit: 12 22 33 55 63 262 436 852 1500 4.189 12.566

Opgave 37: Kefrens pyramide i Ægypten er 136,4 m høj og har en kvadratisk grundflade med siden 215,25 m.

a) Beregn rumfanget af Kefrens pyramide i m^3?

b) Hvor mange hektoliter vand kan pyramiden indeholde? (hekto = 100)

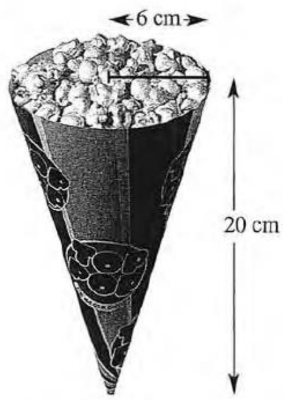
c) Carlsberg brygger ca. 130 mio. hektoliter øl hvert år (tal fra 2010). Hvor mange kefrens pyramider kan de fylde med øl hvert år?

Opgaven 38: Jordens radius er ca. 6.400 km mens månens er 1.737 km.

a) Beregn jordens rumfang hvis vi antager at den er kuglerund? (afrund til helt antal milliarder km^3 – husk mia = 9 nuller)

b) Beregn månens rumfang. (afrund til helt antal milliarder km^3)

c) Hvor mange gange kan månen ca. ligge inden i jorden?

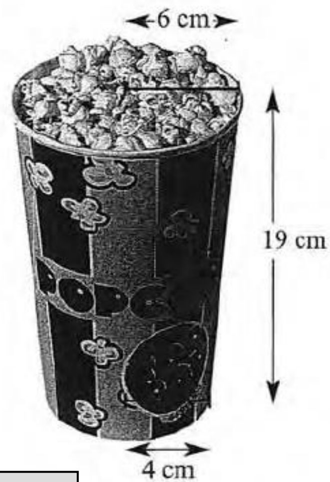


Opgave 39: Et kræmmerhus til popcorn har radius 6 cm og højde 20 cm.

a) Hvor mange ml popcorn kan der være i kræmmerhuset?

b) Massefylden for popcorn er 0,034 g/cm^3. Hvis kræmmerhuset fyldes op med popcorn hvad vejer popcornene så i gram? (afrund helt tal)

c) 250 stks kræmmerhuse koster 158 kr og popcorn til 57 kræmmerhuse koster 140 kr. Hvad koster det at lave et kræmmerhus med popcorn? (huset+popcorn)



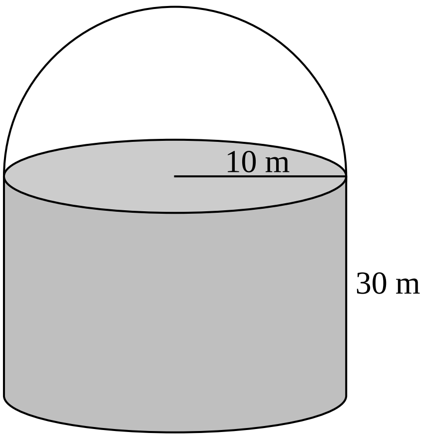
Ekstraopgave 8: Popcorn kræmmerhuse fås også i en anden udgave som har form som en keglestub. Beregn hvor mange liter popcorn der kan fyldes i dette bære? (set til højre)

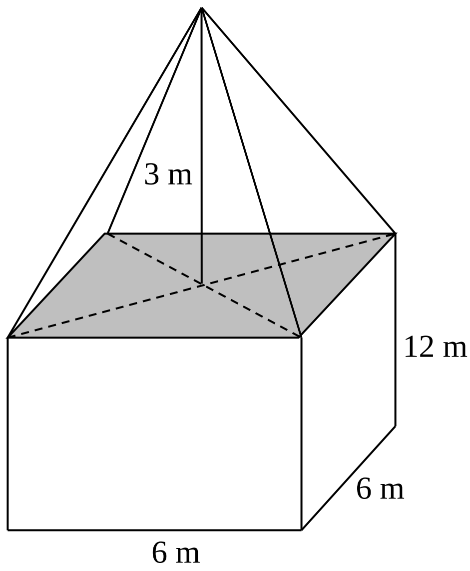
Facit: 1,5 3 6 22 26 50 625 754 1.098 1.512 2.106.587 3.525.645

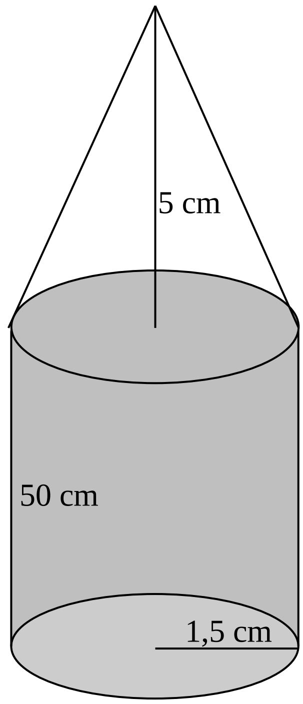
Sammensatte Objekter & Rumfanget imellem 2 objekter:

Ligesom figurer kan have sammensatte arealer kan objekter også have det. Man kan f.eks. sætte en cylinder sammen med en kegle og få et spyd. Der gælder selvfølgelig de samme regler for rumfang som for areal, at man blot kan lægge rumfanget sammen – eller hvis det er imellem så trækker man fra.

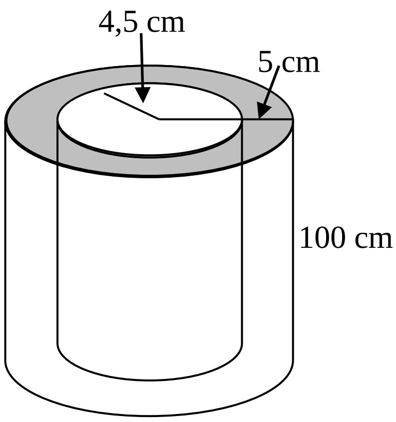
Opgave 40: Beregn rumfanget af objekterne ved at lægge objekterne sammen.

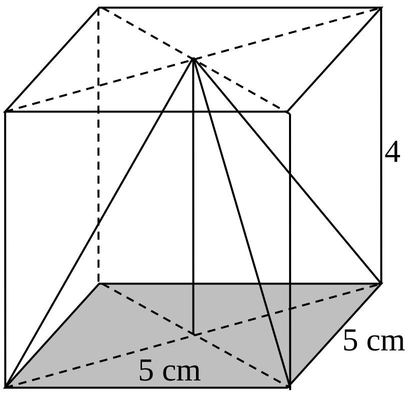




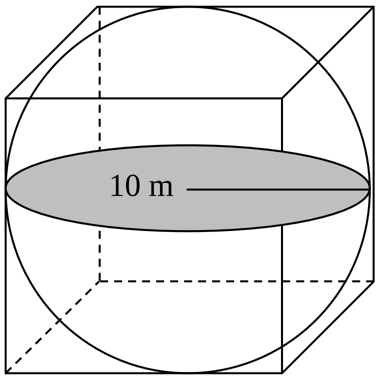


Ekstra Opgave 9: Beregn rumfanget der er imellem objekterne ved at trække objekterne fra hinanden.





Kasse med pyramide



Kugle i Kubbe (terning)

Facit: 52 67 256 365 468 882 1.492 3.811 9.500 11.519

At regne baglæns med Rumfangsformlerne:

I det foregående har vi beregnet rumfanget af forskellige objekter. Men i nogle opgaver får man oplyst rumfanget og skal beregne en af tingene i objektet f.eks. højden. For at kunne dette, er man nød til at lave rumfangsformlen om og så man kan regne baglæns. Dette gøres nemmest ved, at betragte rumfangsformlen som en ligning, hvor den ting som skal beregnes er den ubekendte x!

Isolering af radius i Cylinderformlen:

CylinderRumfang = $\pi * r^2 * h$ (π flyttes, * bliver :)

$\frac{CylinderRumfang}{\pi} = r^2 * h$ (r^2 flyttes, * bliver :)

$\frac{CylinderRumfang}{(\pi * r^2)} = h$

Isoler Højden i Kassen:

KasseRumfang = l * b * **h**

Opgave 41: Benyt princippet illustreret ovenfor til at løse tekststykkerne.

f) En ½ liters sodavandsdåse har en diameter på 6 cm. Hvor høj er dåsen? (**hint:** husk diameteren)

g) Et akvarium med længden 70 cm og bredde 30 cm indeholder 75 liter vand. Hvor højt er akvariet i cm?

h) En cylinderformet svømmepøl med en diameter på 457 cm indeholder 14.614 liter vand. Hvor højt kommer vandet til at stå i svømmepølen? (**Hint:** lav om til *dm* før beregning!)

i) En svømmehal indeholder 2 mio liter vand. Den er 25 m lang og 16 m bred. Hvor dyb er svømmehallen i meter?

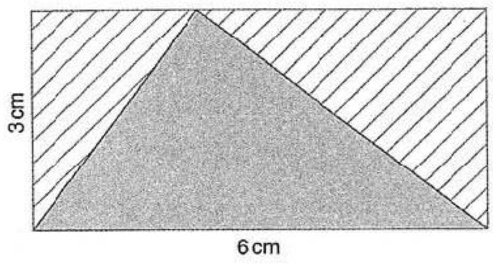
Ekstraopgave 10: Isoler først det som du skal finde i rumfangsligningen – løs så opgaven bagefter!

a) En gryde indeholder 5 liter og er 15 cm høj. Hvad er grydens radius?

b) Kræmmerhus til popcorn skal kunne indeholde 1,5 liter popcorn. Dens radius skal være 8 cm men hvad skal højden være?

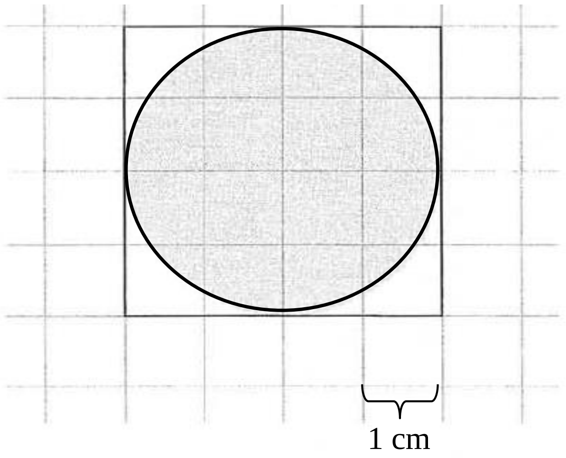
Facit: 2 5 9 10,3 17,7 19,2 22,4 35,7 50 60 89 120

Opgave 42: Løs færdighedsregningsopgaverne uden lommeregner!



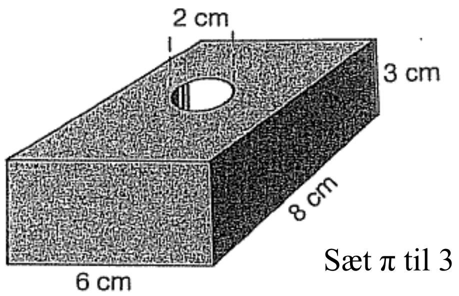
Arealet af den farvede trekant
er ____________ cm^2

Arealet af de skraverede
områder er i alt ____________ cm^2



Den del af kvadratet,
der er grå, er cirka ____________ cm^2

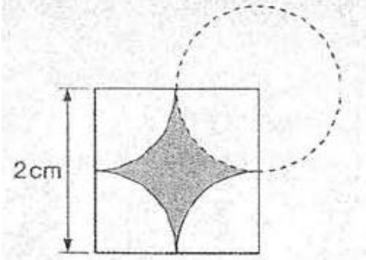
Cirka ____________ cm^2 af kvadratet er hvidt



Sæt π til 3

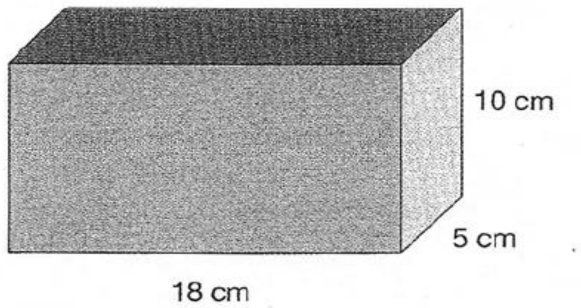
Klodsens rumfang
inden hullet blev boret var ____________ cm^3

Hullets rumfang er ____________ cm^3



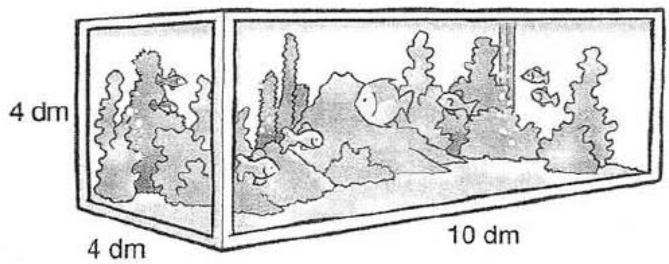
Cirklens areal
$A = \pi \cdot r^2$
π kan sættes til 3

Arealet af det farvede område
er ca. ____________ cn



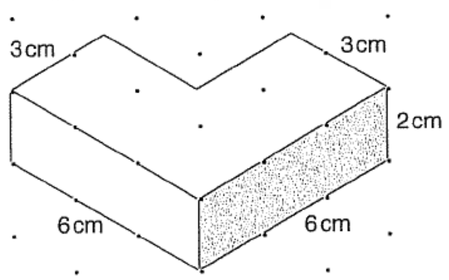
Kassens rumfang er ____________ cm^3

En kasse med dobbelt så lange
kanter har rumfanget ____________ cm^3



35. Akvariets rumfang er ____________ dm^3

36. Når der er 120 L vand i akvariet,
står vandet i en højde på ____________ dm



Rumfanget
af klodsen er ____________ cm^3

Facit: 1 3 3,5 5 9 9 9 12,5 24 54 63 144 160 900 2.500 7.200


Vaskeri

Mundtlig matematik: Fællesvaskeriet (i alt 10 ekstra point)

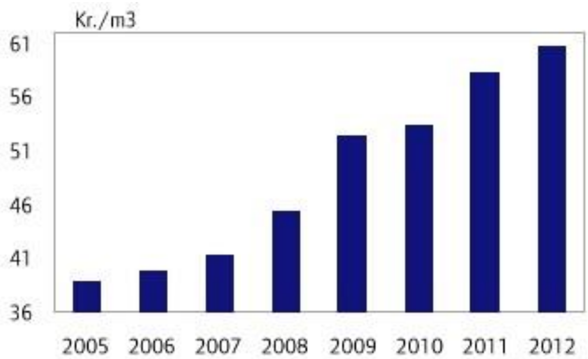
Du sidder i bestyrelsen i din boligforening som står overfor en større renovation af jeres vaskerum! I den forbindelse har du fået en ide om at man kunne opsamle regnvandet i kæmpe tanke og bruge det til at vaske tøj med! Det er jo gratis - næsten rent - og faktisk helt uden kalk så man ikke får tilkalket og ødelægger vaskemaskinerne! De andre bestyrelsesmedlemmer synes ikke det er en god ide - men ville overveje det hvis du selv kunne opstille et regnskab der gav overskud!

Vaskeri data: I boligforeningen er der i alt 524 lejligheder (hver med ca. 3 beboere) fordelt på 20 blokke. Man må ikke have vaskemaskine i lejlighederne så alle skal bruge vaskerierne i afdelingen! Der er i alt 8 vaskerier med 3 vaskemaskiner hver! Beboerne kan booke en vasketid på 2 timer og hver dag er der 7 vasketider pr vaskeri! Vaskeriet har åbent alle dage i året!

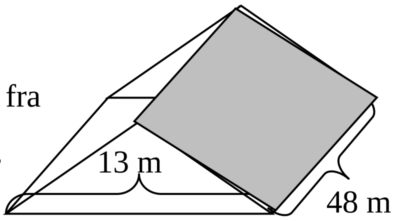
Boligforeningen regner med at 80 % af alle vasketiderne i året bliver benyttet og, at der ved hver vasketid køre en vask på de 2 af de 3 vaskemaskiner!

Vaskemaskine data: Bestyrelsen har valgt at købe Miele profesional vaskemaskiner PW 6080 med en kapacitet på 8 kg tøj med en pris på 54.375 kr inklusiv moms! På en vask bruger den ca. 55 liter vand!

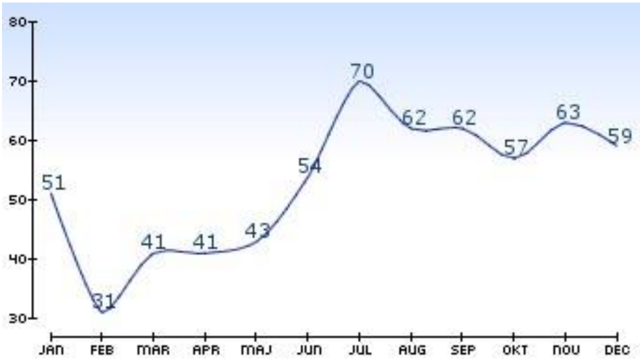
Vand pris: 36,68 kr/m^3 inklusiv moms (2014 pris) Generelt er prisen på vand steget med 57 % fra 2005 til 2012 og vil formodentlig også stige i fremtiden! Kbh har dog holdt prisen lav - i andre kommuner er prisen over 60 kr pr m^3.



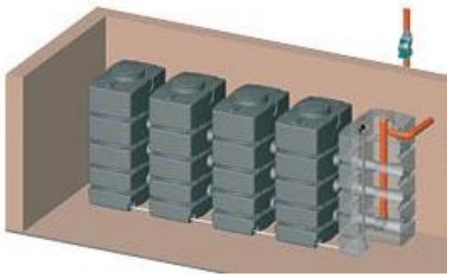
Stigning på 57 % fra 2005 - 2012



Taget : Vaskerierne ligger i kælderen og hvert vaskeri kan samle vand fra et tag med bredden 13 m og længden 48 m! Det er imidlertid nemmest, at opsamle regnvandet fra halvdelen af taget (grå område)!
Tagfladens areal er det samme som husets grundareal altså 13*48 m. Med andre ord falder der ikke mere regn på et stejlt tag end på et fladt! En tommelfingerregel siger at man i KBH kan regne med at opsamle ca. 500 liter vand pr. år pr. m^2 tagflade.



Nedbør i København:
Regnmængden varierer en del igennem året - nogle måneder vil der være meget regn til vask og i andre vil man skulle supplere med almindeligt vand!
Nedbør & Beregning: Hvis der f.eks. falder 43 mm regn i Maj skal man forestille sig en kasse der er 43 mm høj ovenpå grundarealet af huset!



Regnvandsanlæg: Et regnvandsanlæg er en stor beholder af plastik der enten graves ned i jorden eller kan stå i kælderen. Herudover består anlægget også af pumper og filtre der renser vandet! Vaskerierne består af 2 rum hvor det ene står ubrugt hen (mål 4*5*2 meter)! Her kan man stille kældertanke op:

- Kældertank 1.500 Liter: 5.200 kr - 1200 (længde) * 780 (bredde)*2000 mm (højde)
  Det er muligt at sætte 5 tanke sammen i et sæt! (fra regnvandstanken.dk)
- Pumpe+Filter: 13.490 kr
- Installation af VVS'er: timeløn 500 kr + moms (det vil tage ca. 2 dage at installere)

Spørgsmål: *Du skal opstille et overbevisende regnskab der viser, at det kan betale sig at investere i et regnvandsanlæg - gerne i excel. Kom ind på følgende:*

- Hvor mange liter vand bruges pr vaskeri pr dag pr uge pr måned pr år.
- Hvad koster det pr år i vand at vaske pr vaskeri.
- Hvor mange liter regnvand kan man kan opsamle?
- Hvad skal kapaciteten af anlægget være på - hvor mange m^3 regnvand skal kunne opsamles?
- Hvad vil det koste at installere et regnvandsanlæg pr vaskeri?
- Hvor mange år går der før anlægget har tjent sig selv ind (tilbagebetalings tid)