

Navn: _____ Klasse: _____

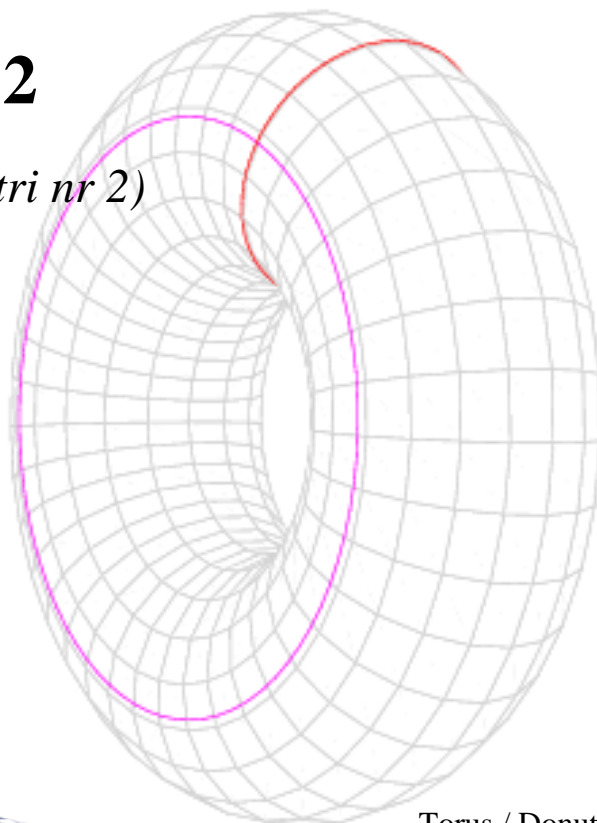
Matematik Opgave Kompendium

Geometri 2

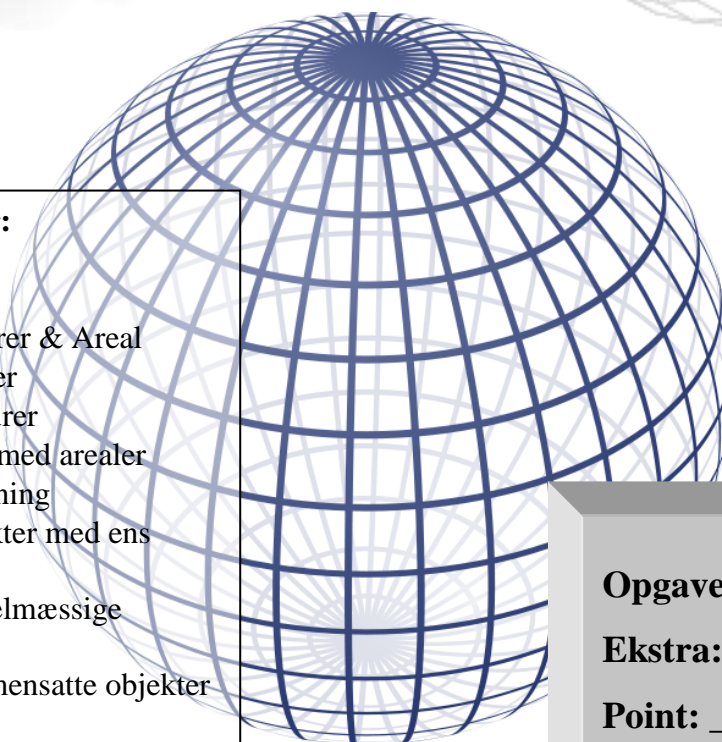
(Plan- & Rumgeometri nr 2)



Triple gear



Torus / Donut



Sphere

Kompendiet indeholder:

- SI enheder
- Areal omregning
- Geometriske figurer & Areal
- Omkreds af figurer
- Sammensatte figurer
- Baglæns regning med arealer
- Rumfang omregning
- Rumfang af objekter med ens snitflade
- Rumfang af uregelmæssige objekter
- Rumfang af sammensatte objekter
- Overfladeareal
- Baglæns regning med rumfang
- Mundtlig matematik eksamen.

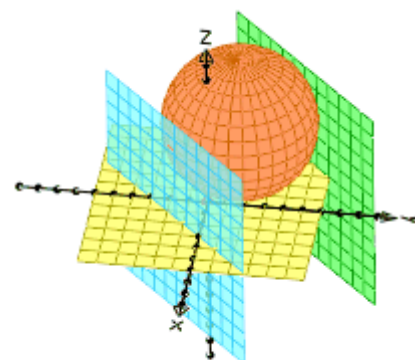
Opgaver: 22

Ekstra: 14

Point: _____

Plangeometri & Rumgeometri:

I dette kompendium skal vi først se på geometriske figurer i et plan - som f.eks. trekanted, firkanter & cirkler. I figuren til højre ses hele 3 planer (snitflader) lagt ind rund om en kugle! I plan-geometri er der kun 2 akser (x og y-aksen) mens der i rum-geometri tilføjes en ekstra akse (z akse), så det er muligt at lave rumlige figurer som f.eks. kugler, kubber, pyramider & cylindere!



I gamle dage:

Den gang dine bedsteforældre var børn vejede man ikke kartofler i kg men i pund. Når man skulle hente mælk i mejeriet fik man det ikke afmålt i liter men i potter! Når man skulle gå til skole (på sine bare fødder i frostvejr og sne til hagen) blev afstanden ikke målt i kilometer men i mil og tommer! Det var alt sammen fint - men det store problem var, at målene for f.eks. en tomme ikke var den samme længde i f.eks. Tyskland & England som i Danmark. Når man bestilte et 28 tommer cykeldæk fra Tyskland passede det altså ikke nødvendigvis til ens cykel og det var noget rod!

Standard Enheder (SI-enheder):

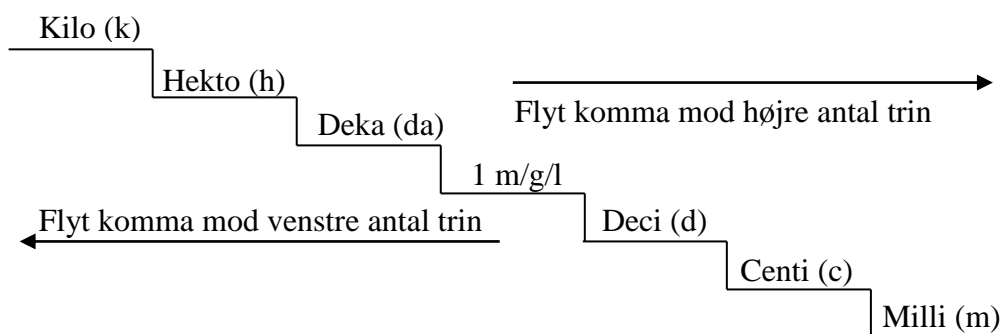
I 1976 sluttede Danmark sig til Standard Enheds systemet der betød, at man gik bort fra de gamle nationale mål og tilsluttede sig en international standard så målene for vægt, længde & liter mm. blev de samme i hele verden (Ja på nær USA og England)! For at forstå systemet er det vigtigt, at man forstår de præfix som benyttes (præfix = det der står foran):

	bogstav	betydning	Længde	Vægt	Liter
Giga	G	1.000.000.000	Gigameter (Gm)	Gigagram (Gg)	Gigaliter (Gl)
Mega	M	1.000.000	Megameter (Mm)	Megagram = tons	Megaliter (Ml)
kilo	k	1000	Kilometer (km)	Kilogram (kg)	Kiloliter (kl)
hekto	h	100	Hektometer (hm)	Hektogram (hg)	Hektoliter (hl)
deka	da	10	Dekameter (dam)	Dekagram (dag)	Dekaliter (dal)
		1	Meter (m)	Gram (g)	Liter (l)
deci	d	1/10 el. 0,1	Decimeter (dm)	Decigram (dg)	Deciliter (dl)
centi	c	1/100 el. 0,01	Centimeter (cm)	Centigram (cg)	Centiliter (cl)
milli	m	1/1.000 el. 0,001	Millimeter (mm)	Milligram (mg)	Milliliter (ml)
micro	μ	1/1.000.000	Mircrometer (μm)	Mircrogram(μg)	Mircroliter(μl)
nano	n	1/1.000.000.000	Nanometer (nm)	Nanogram (ng)	Nanoliter (nl)

Enheds trappen:

I matematik & navnlig i Plan- & Rumgeometri har man ofte brug for, at lave enheder om fra en størrelse til en anden. Det kan f.eks. være at man ønsker, at finde ud af hvor mange centimeter (cm) der er på 3 meter! Man kan bruge ren logik til at lave enheder om ”der går jo 100 cm på 1 meter så det må være 300 cm”. Hvis man ikke lige kan se logikken i det, kan man også anvende det som kaldes en enhedstrappe der ses nedenfor!

Trappen bruges som følger: *den enhed man skal lave om finder man på trappen. Herefter vandrer man op eller ned af trappen indtil enheden man skal lave om til nås.* Antallet af trappetrin fortæller hvor mange pladser kommaet skal flyttes mod venstre eller højre i tallet!



Eksempel på brug af trappen:

Hvor mange gram er der på 2 kg? Vi står på kilo trinnet og vi skal gå 3 trin til højre til 1 g. Vi rykker det usynlige komma efter 2 hele 3 pladser mod højre og får 2000 g. Hvor mange liter er der på 3000 cl? Vi skal gå 2 trin mod venstre for at komme til 1 liter. Vi rykker komma 3000,00 hele 2 pladser mod venstre og får 30 g!

Opgave 1: Omregn enhederne

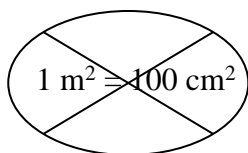
- | | | |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) 600 cm = _____ m | g) 26000 m = _____ km | m) 2500 ml = _____ l |
| b) 5,5 km = _____ m | h) 0,8 km = _____ m | n) 300 hl = _____ l |
| c) 70 dm = _____ m | i) 19000 g = _____ kg | o) 0,2 kl = _____ l |
| d) 9000 mm = _____ m | j) 4 g = _____ mg | p) 38 cl = _____ l |
| e) 16 m = _____ dm | k) 15 g = _____ cg | q) 19 dl = _____ l |
| f) 970 m = _____ hm | l) 500 g = _____ hg | r) 94,5 cl = _____ dl |

Ekstra Opgave 1: En ud af 83 fødsler er en tvilling fødsel. Hvad er sandsynligheden for at få tvillinger når man bliver gravid? 3 ud af 1000 fødsler bliver enæggede tvillinger - hvad er sandsynligheden for det?

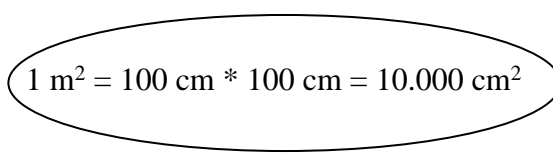
Facit: 0,3 0,38 0,5 1,2 1,9 2,5 5 6 7 9 9,45 9,7 19 26 140 160 200 800 1500 4000 5500 30.000 120.000

Omregning af areal enheder:

Hvis man har 1 m² (læses kvadratmeter) og man ønsker at lave den om til cm² (læses kvadratcentimeter) er man fristet til at mene, at der går 100 cm² på en 1 m² fordi der går 100 cm på 1 m. Dette er imidlertid forkert og er den fejl som oftest laves af elever!

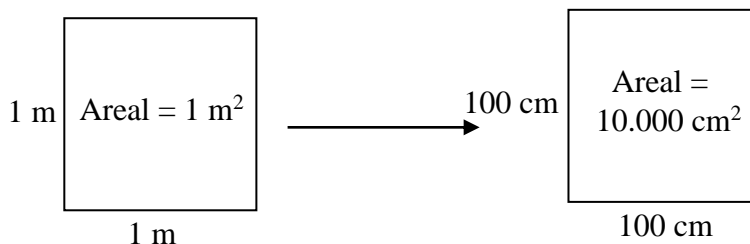


Forkert



Rigtigt

Hvis man er i tvivl om hvor mange cm² der går på en 1 m² kan man altid tegne en firkant med siderne 1 m (altså som skitse). Arealet bliver derfor 1 m² (areal firkant = længde * bredde). Herefter omregnes siderne fra m til cm og arealet af firkanten beregnes i cm².



Dvs. 1 m² = 100 * 100 cm = 10.000 cm² hvilket betyder at 3 m² = 3 * 10.000 cm² = 30.000 cm²

Areal tabellen:

Enhed	Areal	Symbol	Omregning	Antal
Mega	KvadratMegameter	Mm ²	1.000.000*1.000.000	1 Mm ² = 1.000.000.000.000 m ²
Kilo	Kvadratkilometer	km ²	1000*1000 m	1 km ² = 1.000.000 m ²
hektar	Hektar	ha	100 * 100 m	1 ha = 10.000 m ²
deka	Kvadratdekameter	dam ²	10 * 10 m	1 dam ² = 100 m ²
meter	Kvadratmeter	m ²	1 * 1 m	1 m ²
deci	Kvadratdecimeter	dm ²	1 / (10 * 10)	1 m ² = 100 dm ²
centi	Kvadratcentimeter	cm ²	1 / (100 * 100)	1 m ² = 10.000 cm ²
mili	Kvadratmilimeter	mm ²	1 / (1000 * 1000)	1 m ² = 1.000.000 mm ²
Micro	Kvadratmicrometer	µm ²	1 / (1.000.000*1.0...	1 m ² = 1.000.000.000.000 µm ²

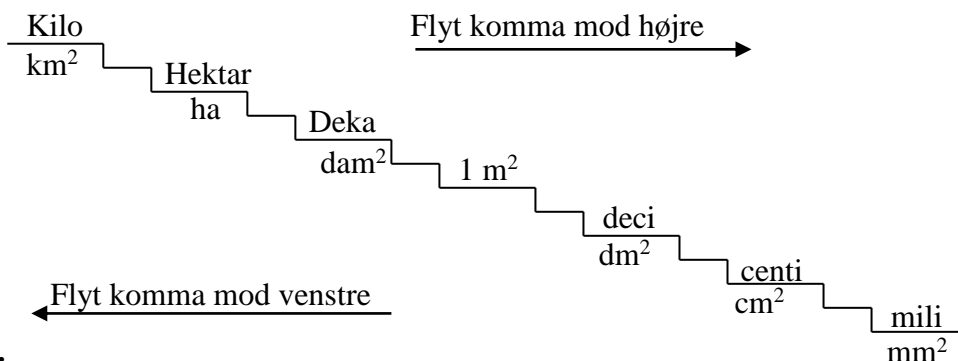
NB: hekto er erstattet med hektar (en hektar er altså 100 * 100 meter).

Eksempel: 2 m² laves om til cm². ved at gange med 10.000 = 20.000 cm²

Areal trappen:

Man kan nemt omregne arealerne vha. arealtrappen. Den enhed man skal lave om finder man på trappen. Herefter vandre man op eller ned af trappen indtil enheden man skal lave om til nås.

Antallet af trappetrin fortæller hvor mange pladser kommaet skal flyttes mod venstre eller højre!



Eksempel:

Hvor mange mm² går der på 3,000000 m². Vi går fra 1 m² ned af trappen 6 trin mod højre. Derfor skal kommaet flyttes 6 pladser mod venstre. **HUSK:** hvis der ikke er noget komma er det usynligt!

$$3 \text{ m}^2 = 1000 \text{ mm} * 1000 \text{ mm} = 3.000.000 \text{ mm}^2$$

Opgave 2: Lav arealerne om. (husk mili = 1/1000, centi = 1/100, deci = 1/10)

- | | |
|---|--|
| a) 7 m ² = _____ dm ² | f) 370.000 m ² = _____ km ² |
| b) 2,5 m ² = _____ mm ² | g) 220.000 m ² = _____ ha |
| c) 9 m ² = _____ cm ² | h) 99.000.000 m ² = _____ km ² |
| d) 11 m ² = _____ dm ² | i) 120.000 m ² = _____ dam ² |
| e) 0,4 m ² = _____ mm ² | j) 19.000.000 m ² = _____ ha |
| k) 2 cm ² = _____ mm ² | o) 40 km ² = _____ ha |
| l) 1,5 dm ² = _____ cm ² | p) 3 ha = _____ dam ² |
| m) 20.200 mm ² = _____ dm ² | q) 3.400 dam ² = _____ km ² |
| n) 3 dm ² = _____ mm ² | r) 1.700 ha = _____ km ² |

Opgave 3: En bank har opkøbt 20 villa-grunde på Lolland der ligger samlet i et område ingen har lyst til at bo i længere. Grundene vil de lægge sammen og sælge til en fabrik der vil lave affald om til benzin! Hvis hver grund er på 800 m², hvor mange hektar kan de så i alt sælge til fabrikken?

Ekstra Opgave 2: En landmand vil udstykke 2 hektar af sine marker til sommerhuse. Hvis hver sommerhusgrund skal være 800 m², hvor mange sommerhusgrunde kan han da sælge?

Facit: 0,1 0,34 0,37 1,6 2,02 17 22 25 88 99 150 200 300 700 1.100 1.200 1.900 4.000
30.000 90.000 120.000 400.000 2.500.000

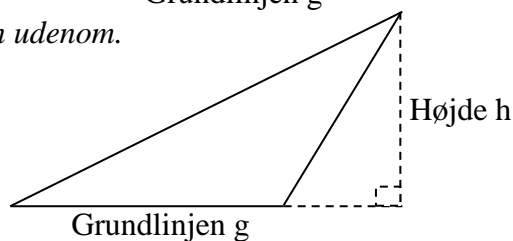
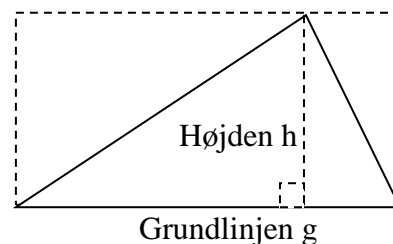
Beregning af Arealer af Geometriske figurer:

a) Trekanter:

$$\text{Areal} = \frac{1}{2} * \text{højde} * \text{grundlinje} = \frac{\text{højde} * \text{grundlinje}}{2}$$

Huskelregel: Trekantens areal er det halve af firkanten udenom.

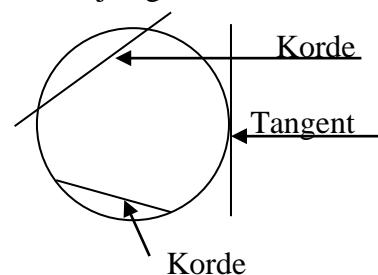
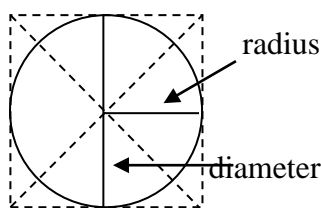
Husk: Højden står altid vinkelret på grundlinjen!



b) Cirklen:

$$\text{Areal} = \pi * r^2$$

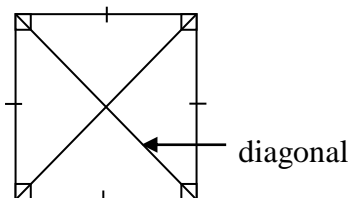
$$\text{Omkreds} = 2 * \pi * r = d * \pi$$



c) Kvadrat:

Alle sider er lige lange + 90° vinkler!

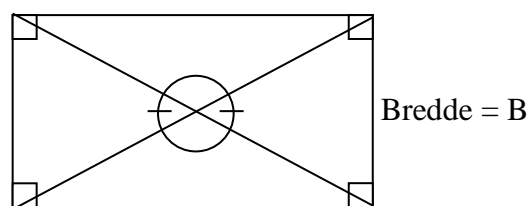
$$\text{Areal} = \text{sidelængde}^2$$



d) Rektangel:

Modstående sider parallelle + 90° vinkler!

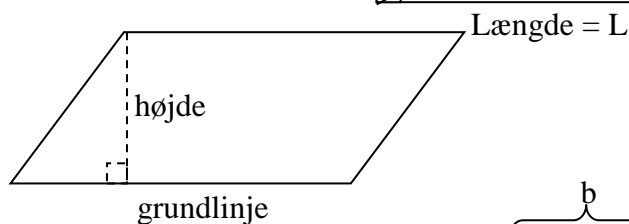
$$\text{Areal} = \text{Længde} * \text{Bredde}$$



e) Parallelogram:

Modstående sider parallelle!

$$\text{Areal} = \text{højde} * \text{grundlinje}$$

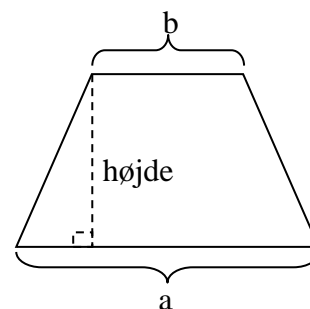


f) Trapez:

Kun et par sider er parallelle!

$$\text{Areal} = \frac{(a + b)}{2} * h \text{ el.}$$

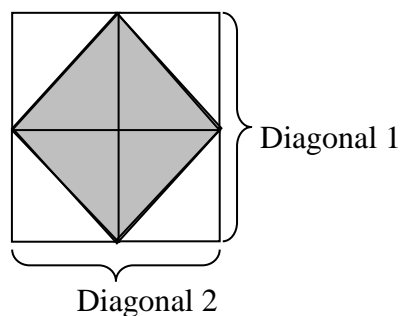
$$\text{Areal} = \frac{1}{2} * (a + b) * h$$



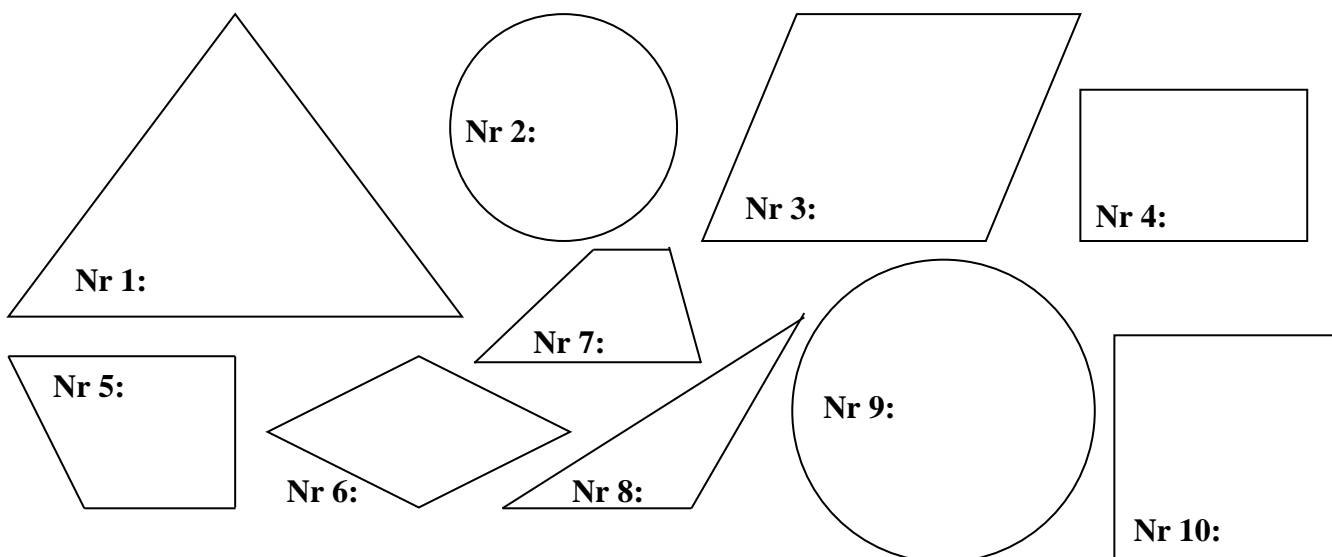
g) Rombe:

Parallelle sider + lige lange sider.

$$\text{Areal} = \frac{1}{2} * \text{diagonal1} * \text{diagonal2}$$



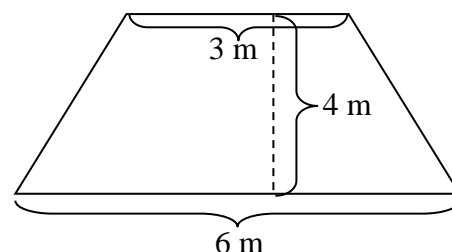
Opgave 4: Beregn arealerne – skriv udregning i tabellen. Brug nøjagtig π ! (afrund til helt tal)



Nr	Udregning	Resultat	Nr	Udregning	Resultat
Nr 1			Nr 6		
Nr 2			Nr 7		
Nr 3			Nr 8		
Nr 4			Nr 9		
Nr 5			Nr 10		

Opgave 5: Krisen kradsler og Klaus hus trænger til at få malet gavlene (enderne af huset)! Gavlen ser ud som på figuren til højre! **HUSK:** der er 2 gavle i huset!

a) Beregn hvor mange kvadratmeter han skal male?



b) Klaus går i Silvan hvor han køber Træbeskyttelse med en række evne på 6 m² pr liter. Dvs. at 1 liter maling dækker 6 m²! Hvor mange liter skal han bruge hvis han vil male træværket 2 gange!

c) I Silvan koster 5 liter træbeskyttelse 1.000 kr. Hvad koster det ham at male gavlen?

Ekstra Opgave 3: Den maling Klaus vil købe har en holdbarhed på 12 år. I butikken er der også en tilsvarende træbeskyttelse med en holdbarhed på 4 år til 400 kr. Beregn hvad Klaus kan spare på 12 år hvis han vælger den dyre frem for den billige maling?

Facit: 3 3 4 5 6 7 9 11 12 13 22 36 550 600 3.000 6.000

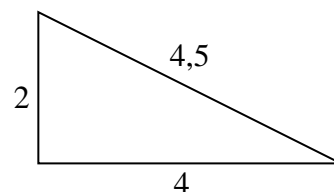
Omkreds af Geometriske figurer:

Når man skal finde omkredsen af en figur skal man måle længderne af de sider figuren består af.

Omkredsen er altså alle sider af figuren lagt sammen!

Til højre ses en trekant hvor omkredsen kan udregnes:

$$\text{Omkreds} = 2 + 4 + 4,5 = \underline{10,5 \text{ cm}}$$

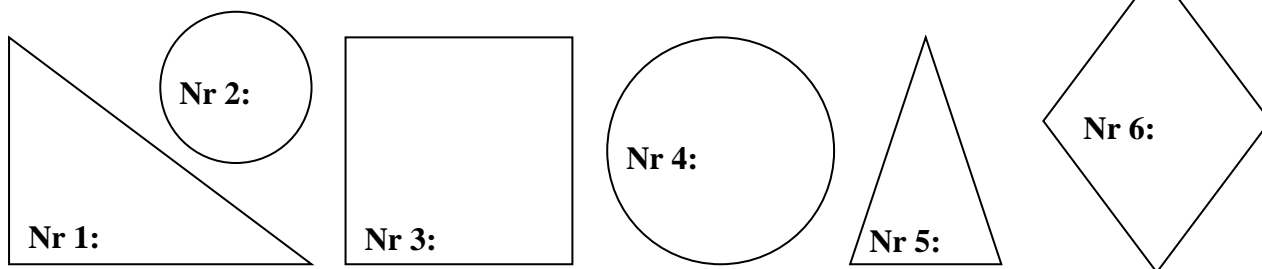


Cirklens Omkreds:

Da cirklen ikke har sider kan man ikke direkte måle omkredsen - men den kan beregnes ved brug af følgende formel:

$$\text{Omkreds Cirkel} = 2 * \pi * \text{radius (eller diameter} * \pi)$$

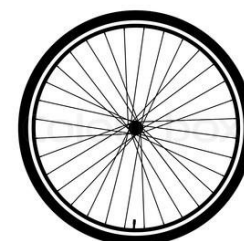
Opgave 6: Find omkredsen af figurene (afrund til helt tal)



Nr	Udregning	Resultat	Nr	Udregning	Resultat
Nr 1			Nr 4		
Nr 2			Nr 5		
Nr 3			Nr 6		

Opgave 7:

- En 28 tommer cykel har et cykeldæk med en diameter på 70 cm! Beregn omkredsen for dækket?
- En børnecykel har monteret 20 tommer hjul (diameter = 20 tommer). Hvis en tomme svare til 2,54 cm hvad er da hjulets omkreds?
- Hvor mange gange skal hjulene rotere for at tilbagelægge 1 km? (28" & 20")



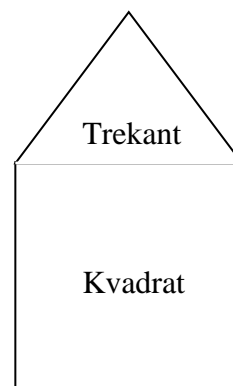
Ekstra Opgave 4: Jordens radius er på 6400. Beregn jordens omkreds?

Facit: 2 6 8 9 10 12 12 18 160 220 322 455 625 32.248 40.212

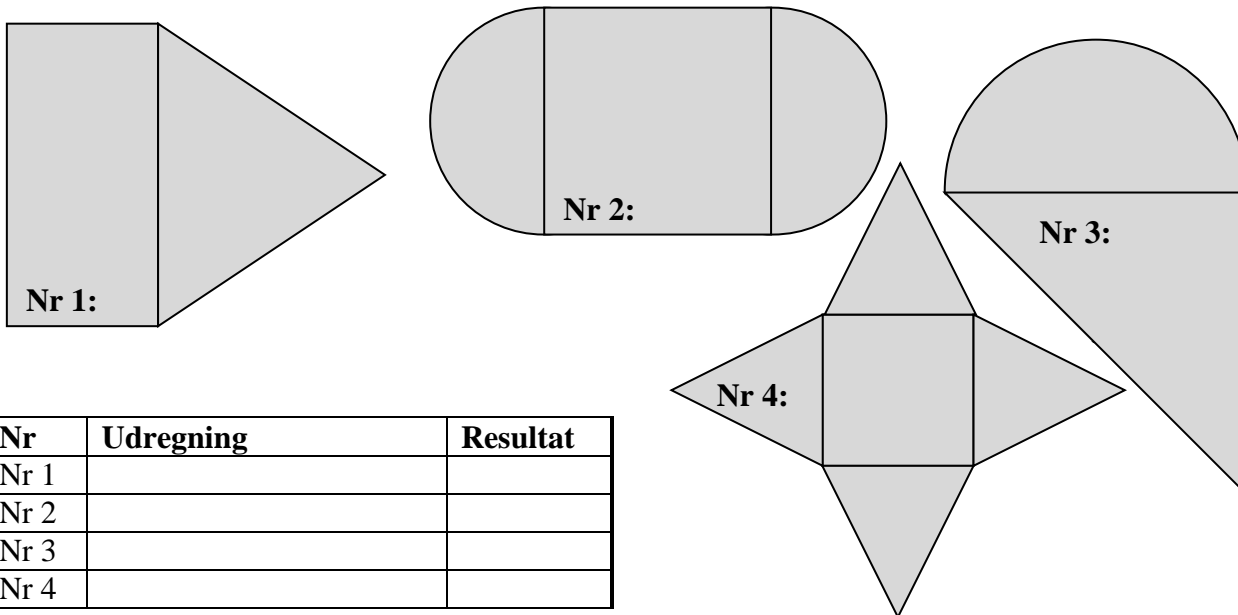
Arealet af sammensatte figurer:

Ikke alle figurer passer til en af de standard figurer vi har set på i de sidste sider. Når dette er tilfældet bliver man nødt til at dele figuren op i mindre figurer som man godt kan beregne arealet af. I eksemplet til højre ses et hus der består af et kvadrat og en trekant.

$$\text{Arealet af hus} = \text{Arealet Trekanten} + \text{Arealet kvadratet.}$$



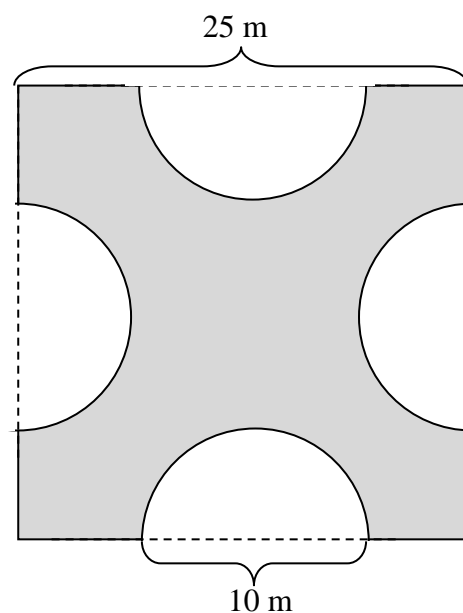
Opgave 8: Mål siderne & beregn arealet af de grå sammensatte figurer. (afrund til helt tal)



Nr	Udregning	Resultat
Nr 1		
Nr 2		
Nr 3		
Nr 4		

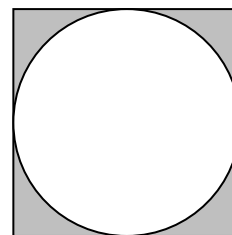
Ekstra Opgave 5: På skitsen til højre ses en kvadratisk renæssance have, hvor det grå område er dækket af græs!

- Beregn det grå areal!
- En pose med græsfrø vejer 2,5 kg og kan dække et areal på 83 m². Hvor mange sække skal der købes hvis man skal tilplante hele græsplænen?
- En sæk græsfrø koster 280 kr. Hvad vil det koste, at beplante græsplænen?



Arealet imellem to figurer (udenoms areal):

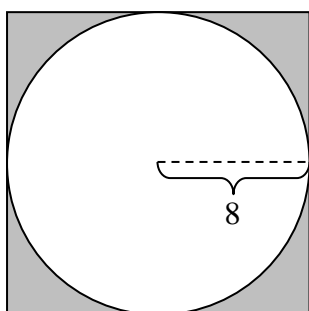
Ligesom figurer kan lægges sammen kan de også lægges indeni hinanden. Når dette gøres opstår der et areal som ligger imellem de to figurer – et udenoms areal. Areal af dette område kan findes ved at trække arealerne for de to figurer fra hinanden:



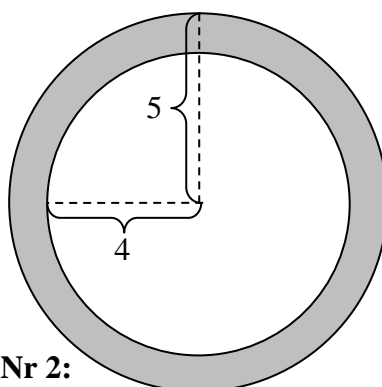
$$\text{Udenoms Areal} = \text{Areal Kvadrat} - \text{Areal Cirkel}$$

$$\text{Udenoms Areal} = (3 * 3 \text{ cm}) - (\pi * 1,5^2) = 1,9 \approx 2 \text{ cm}^2$$

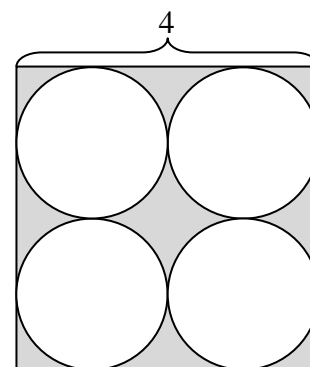
Opgave 9: Beregn udenoms arealerne (afrund til helt tal).



Nr 1:



Nr 2:

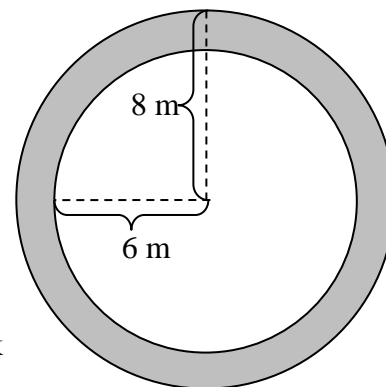


Nr 3:

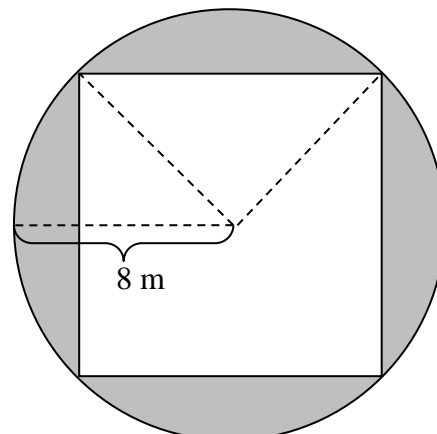
Opgave 10: En gartner skal anlægge et cirkulært blomsterbed.

Udenom bedet skal der være en cirkulær grussti!

- Beregn arealet af denne grussti i m²?
- Gartneren tager i Silvan og køber de billigste granit sten som benyttes til havestier. Her får man 1 sæk sten til 60 kr. En sæk dækker 40.000 cm². Hvor mange m² kan 1 sæk dække?
- Hvor mange sække skal han købe?
- Hvad koster sækkene?



Ekstra Opgave 6: På figuren til højre ses et rundt bed med et kvadratisk bassin i midten. Beregn det grå områdes areal når radiussen er på 8 meter! **Hint:** Pythagoras



Facit: 3 4 9 22 28 38 55 73 88 525 1.320

At regne baglæns med arealformlerne:

I det foregående har vi beregnet arealet af forskellige figurer. Men i nogle opgaver får man oplyst arealet og skal beregne en af tingene i figuren f.eks. radiussen. For at kunne dette, er man nødt til at lave arealformlen om og så man kan regne baglæns. Dette gøres nemmest ved, at betragte arealformlen som en ligning, hvor den ting som skal beregnes er den ubekendte x!

Isolering af radius i Cirkelens arealformel:

$$\text{CirkelAreal} = \pi * r^2 \quad (\pi \text{ flyttes, } * \text{ bliver :})$$



$$\frac{\text{CirkelAreal}}{\pi} = r^2 \quad (r^2 \text{ bliver til } \sqrt{\quad})$$



$$\sqrt{\frac{\text{CirkelAreal}}{\pi}} = r$$

Isoler selv længden i rektanglets areal:

$$\text{Rektangel Areal} = L * B \quad (* \text{ bliver til :})$$



Opgave 11: Benyt princippet illustreret ovenfor til at løse tekststykkerne. (Afrund til helt tal)

- Et hospital skal have lavet en helikopter landplads på sit tag! For at kunne lande skal helikopteren bruge et areal på 78 m². Bestem radiussen for landepladsen?
- En kommune skal udstykke et område til parcelhuse! Hver grund skal være på 400 m² og med en bredde på 16 m. Hvor lang kan grunden blive?
- En gartner skal anlægge en kvadratisk have på 81 m². Hvad skal sidelængden være af kvadratet?
- En lærer vil tegne en cirkel i gården hvor alle elever i klassen skal kunne stå! I klassen er der 24 elever og læreren regner med at hver elev skal have ½ m² plads hver. Hvor stor skal radius i cirklen ca. være for at rumme alle elever?

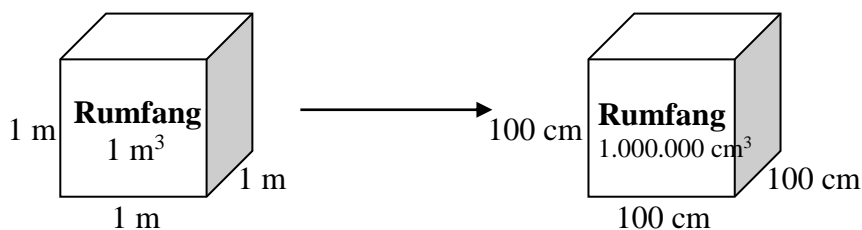
Ekstraopgave 7:

En arkitekt vil lave et rum hvor længden er 50 % større end bredden. Hvor stor skal bredden være hvis der i rummet skal være et areal på 15 m²? (**Hint:** brug ligning og sæt bredden til x. Her er længde jo 150 % af bredden)

Facit: 1,54 2 3,16 4,2 5 9 18 25 32
--

Omregning af rumfang:

Hvis man er i tvivl om hvor mange cm^3 der går på en 1 m^3 kan man altid tegne en kasse med siderne 1 m (altså som skitse). Rumfanget bliver derfor 1 m^3 . Herefter omregnes siderne fra m til cm og rumfanget af kassen beregnes i cm^3 .



Dvs. $1 \text{ m}^3 = 100 * 100 * 100 \text{ cm} = 1.000.000 \text{ cm}^3$ hvilket betyder at

$$3 \text{ m}^3 = 3 * 1.000.000 \text{ cm}^3 = 3.000.000 \text{ cm}^3$$

Rumfang tabellen:

Enhed	Rumfang	Symbol	Omregning	Antal
Mega	KubikMegameter	Mm^3	$10^6 * 10^6 * 10^6 \text{ m}$	$1 \text{ Mm}^3 = 10^{18} \text{ m}^3$
kilo	Kubikkilometer	km^3	$1000 * 1000 * 1000 \text{ m}$	$1 \text{ km}^3 = 1.000.000.000 \text{ m}^3$
hekto	Kubikhektometer	hm^3	$100 * 100 * 100 \text{ m}$	$1 \text{ ha} = 1.000.000 \text{ m}^3$
deka	Kubikdekameter	dam^3	$10 * 10 * 10 \text{ m}$	$1 \text{ dam}^3 = 1.000 \text{ m}^3$
meter	Kubikmeter	m^3	$1 * 1 * 1 \text{ m}$	1 m^3
deci	Kubikdecimeter	dm^3	$1 / (10 * 10 * 10)$	$1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ dm}^3$
centi	Kubikcentimeter	cm^3	$1 / (100 * 100 * 100)$	$1 \text{ m}^3 = 1.000.000 \text{ cm}^3$
mili	Kubikmilimeter	mm^3	$1 / (1000 * 1000 * 1000)$	$1 \text{ m}^3 = 1.000.000.000 \text{ mm}^3$
micro	Kubikmicrometer	μm^3	$1 / (10^6 * 10^6 * 10^6)$	$1 \text{ m}^3 = 10^{18} \text{ m}^3$

Eksempel: 2 m^3 laves om til cm^3 . ved at gange med $1.000.000 = 2.000.000 \text{ cm}^3$

Fra Rumfang til Liter:

Rumfang og liter begrebet fortæller egentligt noget om det samme nemlig hvor meget noget fylder.

Heldigvis for os hænger de to begreber sammen således, at der gælder at:

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ liter}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ liter}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

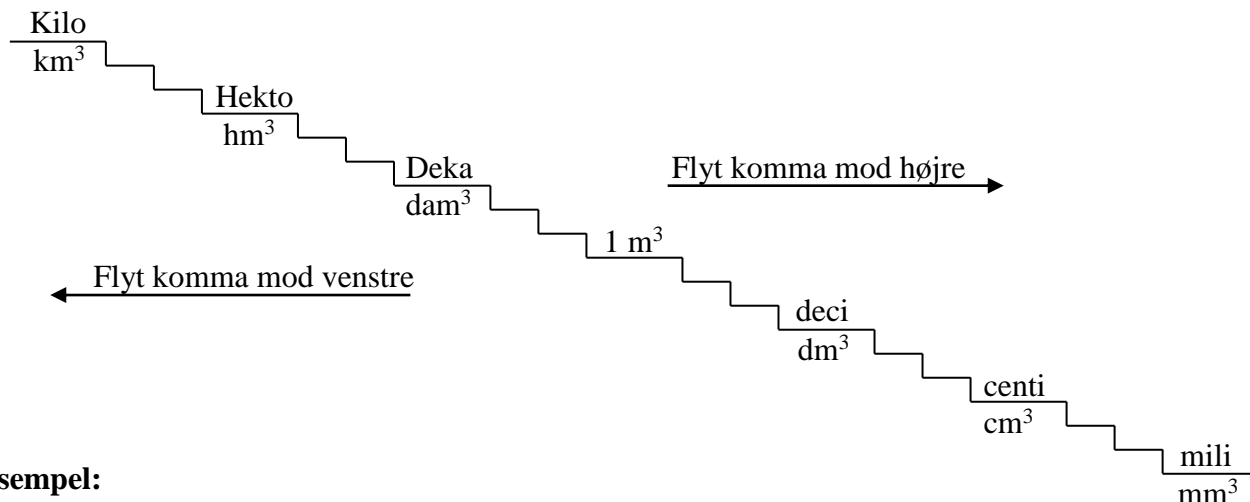
Dvs. 2 dm^3 egentlig blot er 2 liter – man regner lige over!

Gamle Liter Mål:

- 1 Pot = 0,97 Liter
- 1 Kande = 1,93 Liter
- 1 Anker = 131.4 Liter

Rumfangs trappen:

Ligesom der er en arealtrappe kan man også lave en rumfangstrappe. Den fungerer på samme måde!



Eksempel:

Hvor mange mm³ går der på 3 m³. Vi går fra 1 m³ ned af trappen 9 trin mod højre. Derfor skal kommaet flyttes 9 pladser mod venstre (husk kommaet er usynligt)

$$3 \text{ m}^3 = 1000 \text{ mm} * 1000 \text{ mm} * 1000 \text{ mm} = 3.000.000.000 \text{ mm}^3$$

Opgave 12: Lav rumfangene om.

- | | |
|--|---|
| a) 5 m ³ = _____ dm ³ | e) 600 dm ³ = _____ m ³ |
| b) 3 m ³ = _____ cm ³ | f) 4.000 mm ³ = _____ cm ³ |
| c) 9.000 m ³ = _____ dam ³ | g) 80.000 cm ³ = _____ dm ³ |
| d) 130 m ³ = _____ dm ³ | h) 2 km ³ = _____ hm ³ |

Opgave 13: Lav rumfangene om til liter og omvendt.

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| a) 7 dm ³ = _____ L | e) 81.000 L = _____ dm ³ |
| b) 6.200 cm ³ = _____ ml | f) 250.000 ml = _____ cm ³ |
| c) 42 m ³ = _____ L | g) 380.000 L = _____ m ³ |
| d) 5.800 mm ³ = _____ ml | h) 950.000 ml = _____ dm ³ |
- i) En virksomhed har lukket 2 hm³ olie ud i en flod. Hvor mange liter er der tale om?
- j) Hvor mange hele øl flasker kan man fylde med 25 liter øl når en flaske kan rumme 33 cl?

Facit: 0,6 4 5,8 7 9 25 75 80 380 950 1.520 2.000 5.000 6.200 42.000 81.000 101.000
130.000 250.000 1.500.000 3.000.000 2.000.000.000

Rumfang og grundfladeareal:

Når man beregner rumfanget af et objekt finder man ud af hvor meget objektet fylder.

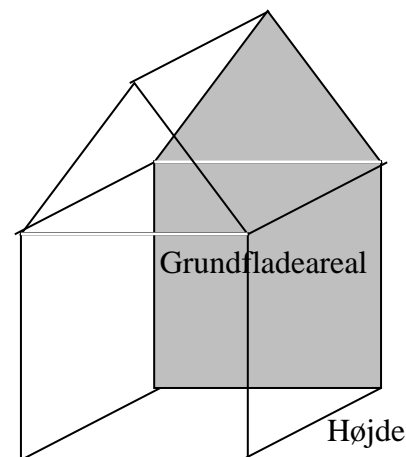
Der findes to typer af objekter (altså ting) man kan beregne rumfanget af:

- **Ens snitflade:** objekter der har den samme snitflade igennem hele objektet. Dvs. hvis vi snitter objektet i små finde salami-bidder vil alle snit have samme form og areal. Et eksempel på dette er en cylinder, kasse og prisme.
- **Forskellig snitflade:** objekter hvor snittet hele tiden ændre sig. Dvs. hvert snit vil have en anderledes form end de andre snit! Et eksempel på dette er en pyramide, kugle og kegle.

Rumfanget af objekter med ens snitflade:

Hvis vi har et objekt hvor snitfladen er ens igennem hele objektet kan man finde rumfanget ved at multiplicere højden med grundfladearealet/snitfladearealet.

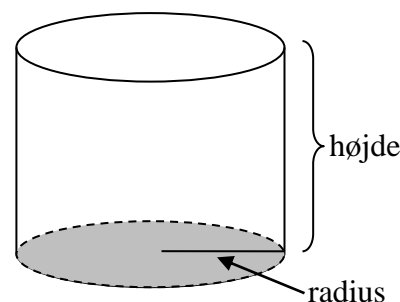
$$\text{Rumfang Ens Snitflade} = \text{Grundfladeareal} * \text{højde.}$$



Rumfanget af Cylinder:

Rumfanget af en cylinder må være arealet af grundfladen som er arealet af cirklen ($\pi * r^2$) multipliceret med højden (h).

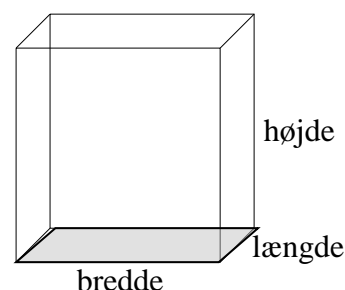
$$\text{Rumfang Cylinder} = \pi * r^2 * h$$



Rumfang af Kasse:

Grundfladen af en kasse må være længde gange bredde:

$$\text{Rumfang Kasse} = \text{længde} * \text{bredde} * \text{højde.}$$



Rumfang af Kubbe/Terning:

I en kubbe/terning er alle sider (s) lige lange dvs. rumfanget må være:

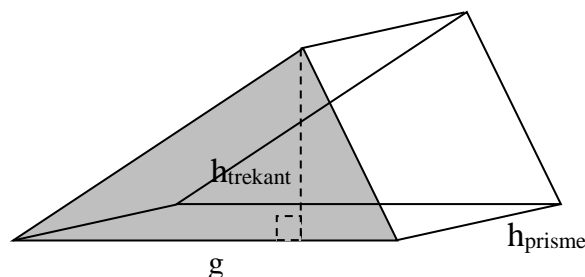
$$\text{Rumfang terning} = \text{side} * \text{side} * \text{side} = s^3$$

Rumfang af prisme:

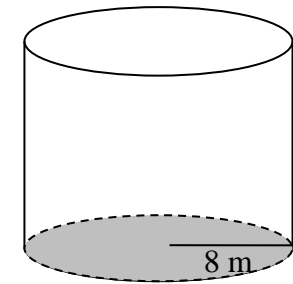
Grundfladen af et prisme er en trekant så rumfanget er:

$$\text{Rumfang Prisme} = \frac{1}{2} h_{\text{trekant}} * g * h_{\text{prisme}}$$

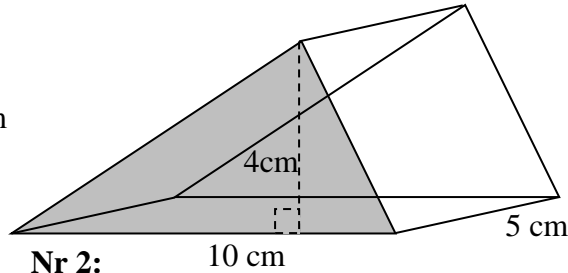
$$\text{Rumfang Prisme} = \frac{h_{\text{trekant}} * g * h_{\text{prisme}}}{2}$$



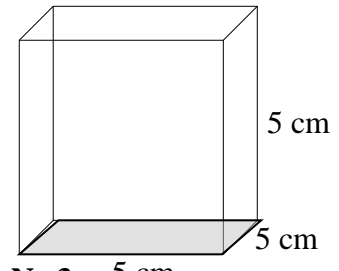
Opgave 14: Beregn rumfanget af objekterne og afrund til helt tal.



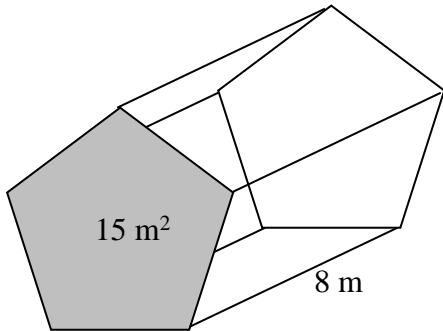
Nr 1:



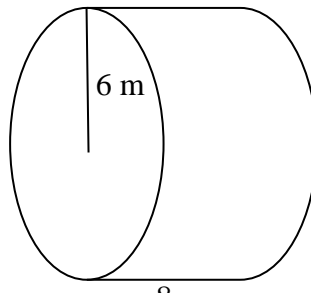
Nr 2:



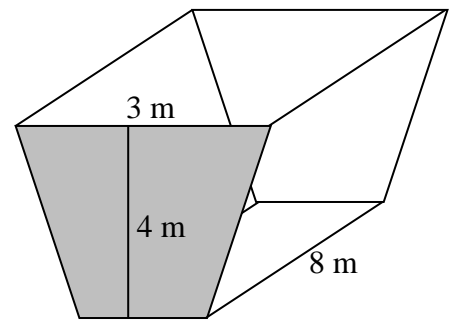
Nr 3: 5 cm



Nr 4:



Nr 5: 8 m



Nr 6: 1 m

Nr	Udregning	Resultat	Nr	Udregning	Resultat
Nr 1			Nr 4		
Nr 2			Nr 5		
Nr 3			Nr 6		

Opgave 15: Københavns metro er et stort projekt, hvor der skal borer 2 tunneller der hver er 15,5 km lange. Boremaskinehovedet der skal bore tunnellerne er 11 m lange, vejer 350 tons og har en diameter på 6 m.

- Beregn rumfanget af en af tunnellerne når det antages at tunnelen er en lige cylinder?
- Boremaskinerne kører i døgndrift og borer ca. 15 meter på et døgn. Hvor mange år vil det tage at bore 15,5 km tunnel?
- En politiker foreslår at tunnelen skal være kvadratisk dvs. kasseformet med en kvadratisk endeflader på 6 meter. Hvor mange % mere jord skal der køres væk ved denne løsning?

Ekstra Opgave 8: Hvor mange mio. tons vejer jorden der skal fjernes fra cylindertunlen hvis massefylden for den opgravede jord er på $3,5 \text{ g/cm}^3$ (afrund til helt antal millioner tons!)

Facit: 1,5 2,8 12 27 64 100 112 120 125 905 2.413 332.528 438.252

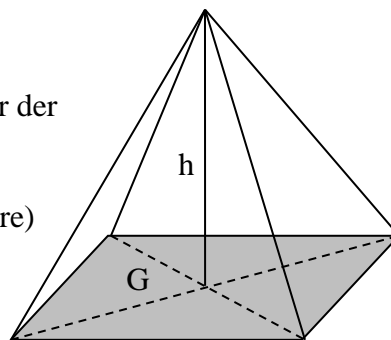
Rumfanget af objekter med forskellige snitflader:

Når et objekt ikke har den samme snitfalde igennem hele objektet giver det ikke nødvendigvis mening hvordan rumfanget skal beregnes. Heldigvis er beregningen af rumfanget for en pyramide og en kegle ens:

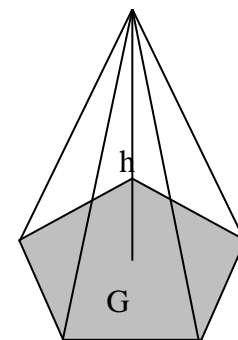
$$\text{Rumfang kegle/pyramide} = \frac{1}{3} * \text{Grundfaldeareal} * \text{højde}$$

Rumfanget af en pyramide:

En pyramide består af en grundflade og et antal sider der mødes i et fælles punkt. Det man forbinder med en pyramide er hvor grundfladen er en firkant (til venstre) men teknisk set kan pyramidens grundflade være en hvilken som helst polygon (mangekant).



Firkantet Pyramide



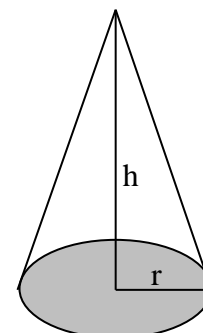
Femkantet Pyramide

$$\text{Rumfang Pyramide} = \frac{1}{3} * G * h = \frac{G * h}{3}$$

Rumfanget af en Kegel:

En kegle har en snitflade som er rund og jo længere man kommer mod toppen jo mindre bliver disse runde snitflader! Grundfladearealet er selvfølgelig arealet af en cirkel så rumfanget for en kegle må være:

$$\text{Rumfang Kegel} = \frac{1}{3} * \pi * r^2 * h = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$



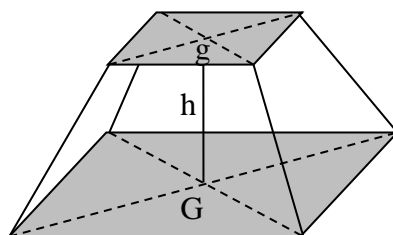
Kegel

Rumfanget af pyramide stub og kegle stub:

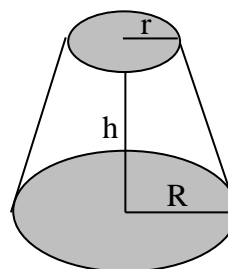
Hvis pyramiden eller keglen skæres af i toppen kalder man det for en stub. Stubbens rumfang kan ikke beregnes med den samme rumfangsformel:

$$\text{Rumfang Pyramide Stub} = \frac{1}{3} * h * (G + g + \sqrt{G * g}) \quad \text{hvor } G = \text{areal bund, } g = \text{areal top}$$

$$\text{Rumfang Kegel Stub} = \frac{1}{3} * \pi * h * (R^2 + r^2 + R * r) \quad \text{hvor } R = \text{radius bund, } r = \text{radius top}$$



Pyramide Stub

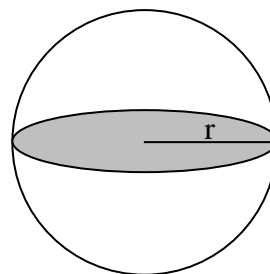


Kegel Stub

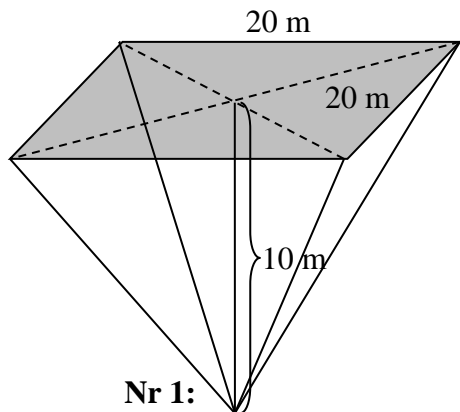
Rumfang af en kugle:

Æren for opdagelsen af kuglens rumfang skal tilskrives Arkimedes (287 f.kr):

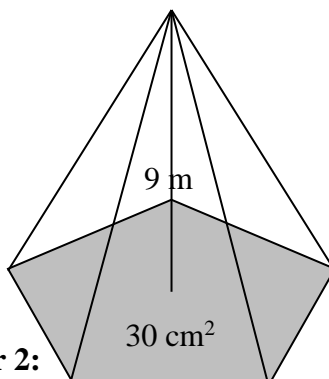
$$\text{Rumfang Kugle} = \frac{4}{3} * \pi * r^3 = \frac{4 * \pi * r^3}{3}$$



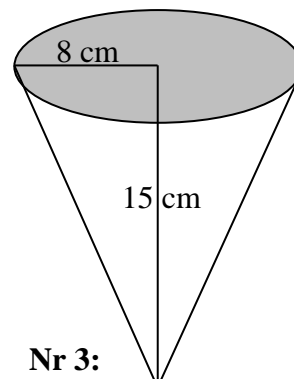
Opgave 16: Beregn rumfanget af objekterne (afrund til helt tal)



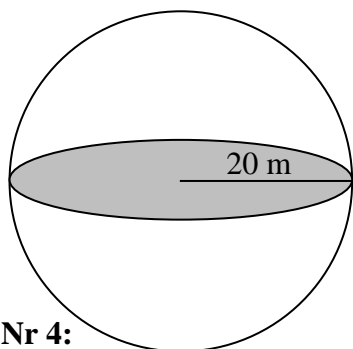
Nr 1:



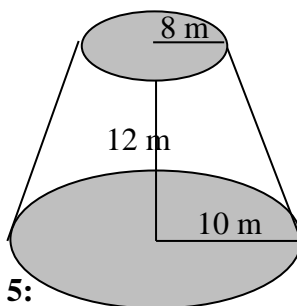
Nr 2:



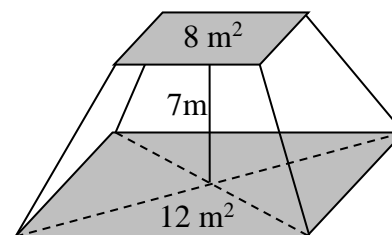
Nr 3:



Nr 4:



Nr 5:



Nr 6:

Nr	Udregning	Resultat	Nr	Udregning	Resultat
Nr 1			Nr 4		
Nr 2			Nr 5		
Nr 3			Nr 6		

Opgave 17: En chokolade fabrik har lavet en ny slags chokolade med æble smag. De mangler blot at bestemme formen af chokoladen.

- Find rumfanget af chokoladen hvis en kugleform vælges med radius 1 cm!
- Find rumfanget hvis en 4 siddet pyramide form vælges med kvadratisk grundflade på 2 cm og en højde på 2 cm!
- Fabrikken vælger kugleformen! I en pose skal der være 20 kugler. Hvor mange gram kommer posen til at veje når massefylden for chokoladen er 1,23 g/cm³?

Facit: 2,7 4,2 70 90 103 1.005 1.258 1.333 3.066 33.510 48.521

Opgave 18: Et ølkrus er opbygget som en keglestub (se billede).

a) Beregn hvor mange ml øl glasset kan rumme! (**HUSK:** mål er diameteren!)

b) På glasset er der indtegnet et 0,5 L mærke 1,6 cm nede under toppen af glasset. Undersøg hvor mange ml øl der kan være i glasset hvis man kun fylder øl op til dette mærke!

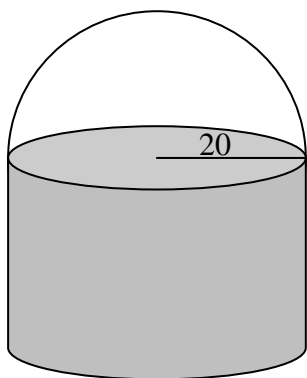
c) Til grønkoncert i 2010 blev der drukket 240.000 liter øl af 187.000 mennesker! Hvor mange liter øl drak hver gæst til grønkoncert?



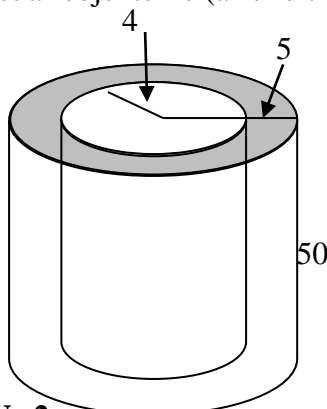
Sammensatte Objekter & Rumfanget imellem 2 objekter:

Ligesom figurer kan have sammensatte arealer kan objekter også have det. Man kan f.eks. sætte en cylinder sammen med en kegle og få et spyd. Der gælder selvfølgelig de samme regler for rumfang som for areal, at man blot kan lægge rumfanget sammen – eller trække fra!

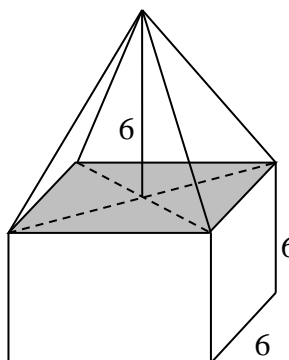
Opgave 19: Beregn rumfanget af objekterne (afrund til helt tal)



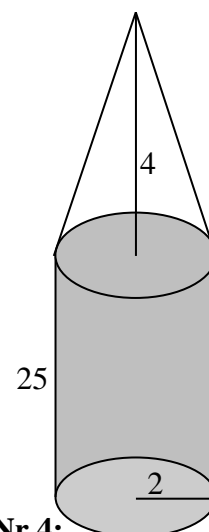
Nr 1:



Nr 2:



Nr 3: 6



Nr 4:

Nr	Udregning	Resultat	Nr	Udregning	Resultat
Nr 1			Nr 3		
Nr 2			Nr 4		

Ekstra Opgave 9: En vandør er lavet af jern og er formet som en cylinder. Dens indvendige diameter er 21,7 mm og udvendige 26,9 mm.

a) Hvad er rumfanget i cm^3 af jernet i 1 meter vandør

b) Hvor mange kg vejer 1 meter vandør når jerns massefylde er på $7,86 \text{ g/cm}^3$.

Facit: 1,3 1,6 5,8 198 288 331 451 495 556 1.414 25.348 29.322

Overfladearealet af Geometriske figurer:

Overfladearealet af rumlige figurer er ligesom omkredsen alt det der er rundt om (altså på overfladen) af figuren. Det kan være vanskeligt at opstille egentlige formler for overfladen af forskellige figurer da det kommer an på om de er lukkede eller åbne. F.eks. kan en cylinder være åben for oven og for neden - eller helt lukket. Det kan være en vigtig detalje om bunden og toppen af figuren tæller med!

$$\text{Kugle Overfladeareal} = 4 * \pi * r^2$$

$$\text{Kegle Overfladeareal uden bund} = \pi * r * \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$\text{Kegle Overfladeareal med bund} = \pi * r * \sqrt{r^2 + h^2} + \pi * r^2$$

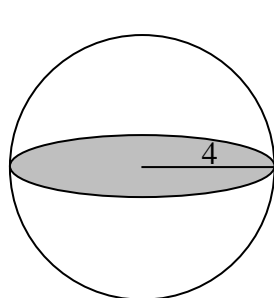
$$\text{Cylinder Overfladeareal uden bund} = 2 * \pi * r * (h + r)$$

$$\text{Cylinder Overfladeareal med bunde} = 2 * \pi * r * (h + r) + 2 * (\pi * r^2)$$

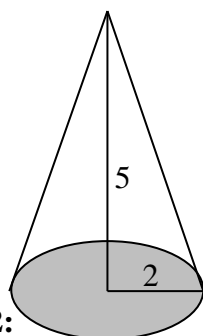
$$\text{Kasse Overfladeareal med bunde} = 2*(b * h + l * h + b * l)$$

$$\text{Kubbe/Terning Overfladeareal med bund} = 6 * s^2$$

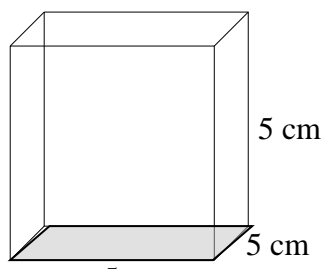
Opgave 20: Beregn overfladearealet af de geometriske figurer med bunden inklusiv!



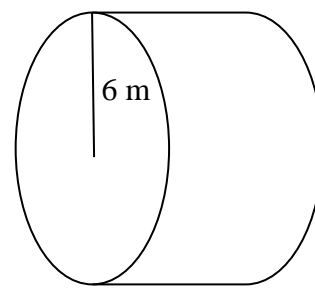
Nr 1:



Nr 2:



Nr 3: 5 cm



Nr 4: 8 m

Nr	Udregning	Resultat	Nr	Udregning	Resultat
Nr 1			Nr 3		
Nr 2			Nr 4		

Ekstra Opgave 10: Facaden af et hus fra 1985 skal males. Huset er kasseformet og har længden 8 m bredden 15 m og højden 3 m!

a) Beregn overfladearealet af huset i m²?

b) Ejeren har fundet en maling hvor 1 liter dækker 8 m². Hvor mange liter skal der købes?

Facit: 18 46 95 138 150 201 576 754

At regne baglæns med Rumfangsformlerne:

I det foregående har vi beregnet rumfang & overflade af forskellige objekter. Men i nogle opgaver får man oplyst rumfanget og skal beregne en af tingene i objektet f.eks. højden. For at kunne dette, er man nød til at lave rumfangsformlen om og så man kan regne baglæns. Dette gøres nemmest ved, at betragte rumfangsformlen som en ligning, hvor den ting som skal beregnes er den ubekendte x!

Isolering af radius i Cylinderformlen:

$$\text{CylinderRumfang} = \pi * r^2 * h \quad (\pi \text{ flyttes, } * \text{ bliver :})$$



$$\frac{\text{CylinderRumfang}}{\pi} = r^2 * h \quad (r^2 \text{ flyttes, } * \text{ bliver :})$$



$$\frac{\text{CylinderRumfang}}{(\pi * r^2)} = h$$

Isoler Højden i Kassen:

$$\text{KasseRumfang} = l * b * h$$

Opgave 21: Benyt princippet illustreret ovenfor til at løse tekststykkerne.

- a) Diameteren for en redbull dåse er 5,3 cm og den kan rumme 250 ml! Hvor høj er dåsen? (**hint:** diameter! & lav ml om til cm³)



- b) Et firma vil have speciel fremstillet et akvarium der skal have en kvadratisk bund på 40 * 40 cm og kunne indeholde 100 liter vand! Hvad skal højden af akvariet være i cm?

- c) En container til affald og jord har dimensionerne l=516, b=218 & h=146 cm. En mand skal grave 11 m³ jord op til en ny kloakledning og han er bekymret for om alt jorden kan ligge i containeren. Undersøg derfor hvor højt op i containeren jorden vil nå, hvis man antager at jorden fordeles jævnt i containeren! (**hint:** m³ til cm³)



Ekstra opgave 11: Isoler først det som du skal finde i rumfangsligningen!

- a) En gryde indeholder 10 liter og er 30 cm høj. Hvad er grydens radius?
- b) Et bolsje formet som en kugle skal have et rumfang på 2 cm³. Hvad er kuglens radius?

isoler r: Rumfang Kugle = $\frac{4 * \pi * r^3}{3}$

hint: $\sqrt[3]{\quad}$

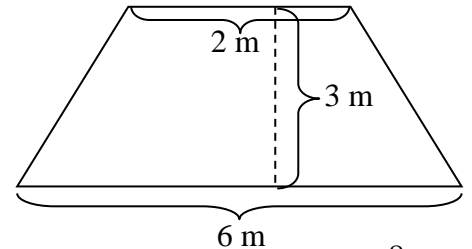
Facit: 0,78 2,8 10,3 11,3 58,2 62,5 97,8

Opgave 22: Som altid en lille repetitions opgave hvor bolsjeposen rystes ligesom i den virkelige verden!

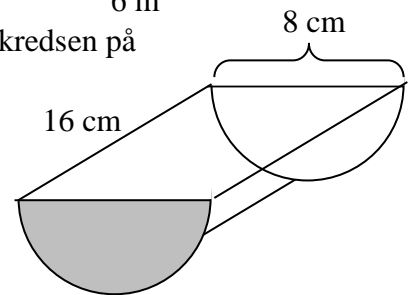
- a) En landmand har en cylinderformet gylletank! Tanken har en diameter på 10,13 m og en højde på 4,2 m! Beregn rumfanget af gylletanken i m^3 ?

- b) Beregn hvor mange liter gylle tanken kan indeholde?

- c) Beregn trapez'ets areal set til højre:



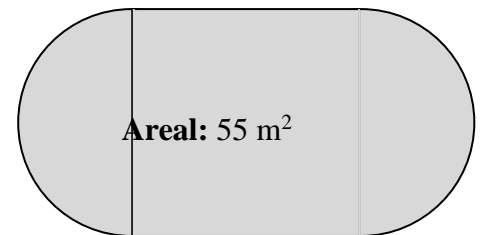
- d) Mange biler har i dag hjul med 15 tommer dæk monteret. Hvad er omkredsen på dækket når en tomme er 2,54 cm?



- e) Beregn rumfanget af den halverede cylinder til højre!

- f) Beregn overfladen på en cylinder uden bund med radius 3 cm & højde 6 cm.

- g) Beregn rumfanget i m^3 af pool'en når dybden af den er 1,5 m?

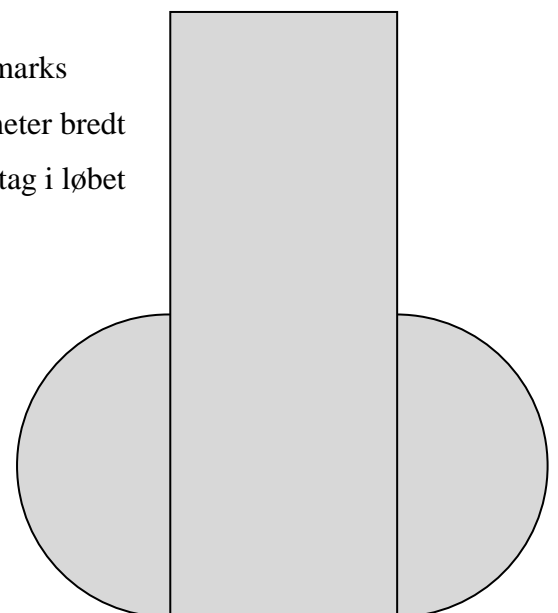
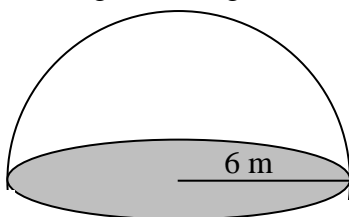


- h) Mål & beregn arealet af figuren nedenfor!

Ekstra Opgave 12:

- a) D.2/7-2011 faldt der 50 mm regn på under et døgn i et af Danmarks historiens største skybrud. Hr Olsens tag er helt fladt og er 8 meter bredt og 10 m langt. Beregn hvor mange liter regn der faldt på hans tag i løbet af skybruddet?

- b) Beregn rumfanget af halv kuglen?



Facit: 12 37 58 82,5 119,7 169,6 338,5 402 453 1.520 4.000 338.500 340.900

Mundtlig Eksamens Opgave:

Til mundtlig eksamen skal man ikke blot løse et problem matematisk man skal også kunne forklare hvorfor man har gjort som man har gjort! Vigtige spørgsmål kunne være:

- Med hvilken matematik vil man løse problemet?
- Hvilke formler vil man bruge?
- Har man ændret på formlerne og hvordan? (algebra - altså ligninger)
- Fortolkning af ens resultater i forhold til problemet.

Lad os se på et problem fra den virkelige verden: *Hvor meget maling skal man bruge for at male et værelse?* Man kan her sige at man skal igennem følgende faser:

<p>1 Fase. Forstå virkelighedens problem: <i>Forbruget af maling må jo afhænge af hvor stort et areal der skal males! Et lille værelse - lidt maling - Et stort meget maling!</i></p>	<p>2 Fase. Find passende matematisk model. <i>Væggene er rektangler som man kan beregne arealet af. Det må kunne fortælle hvor meget maling der skal bruges!</i></p>	<p>3 Fase. Find svar vha. modellerne. <i>På malingen er angivet hvor mange m² det dækker og på denne måde kan man omregne til mængden af maling!</i></p>	<p>4 Fase. Oversæt svaret til virkeligheden problem. <i>Man kan jo kun købe bestemte mængder maling i butikken f.eks. 2½ eller 5 liter. Det må tilpasses svaret!</i></p>
--	---	--	---

Problem: Nogle ting i verden virker så naturlige, at man ikke stiller spørgsmål til det. Et af de spørgsmål man ikke stiller er hvorfor dåser er cylinderformede?

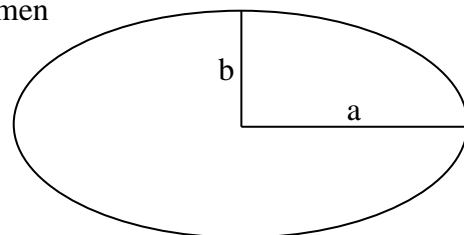
Opgave: *Kunne der være andre udformninger af en øldåse som vi kender der ville være bedre - og hvis ikke hvad er fordelene i de cylinderformede dåser?*

Fakta: øl- & sodavandsdåse

- Indhold: 33 cl
- Diameter: 6,6 cm
- Højde: 11,5 cm.
- Vægt: 17 gram
- Tykkelse af vægge: 0,2 mm
- Materiale: Aluminium
(massefylde: 2,7 g/cm³)
- Ramme 24 dåser: 27*41 cm

Ekstra Opgave 13:

- a) Hvis en cirkel bliver fladmast er det ikke længere en cirkel men en ægformet figur der kaldes for en ellipse. I en ellipse er der ikke et centrum men 2 centrummer. Planeters baner er netop ellipse formede hvor solen er i det ene centrum.



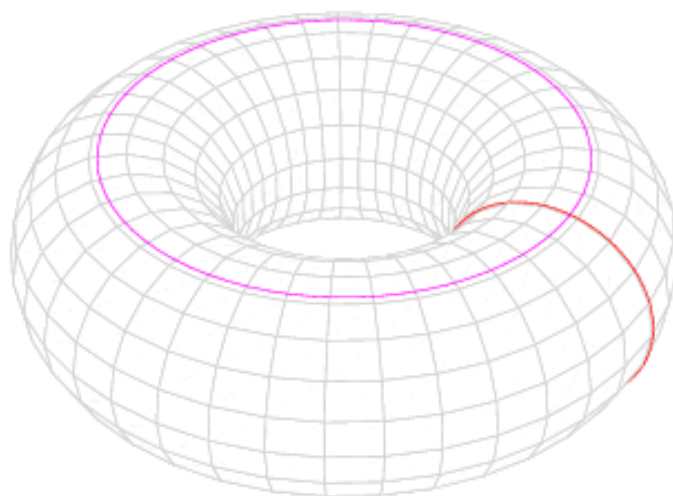
Omkredsen for en elipse er:

$$Omkreds\ Ellipse = 2 * \pi * \sqrt{\frac{1}{2} * a^2 + b^2}$$

Beregn den afstand jorden tilbagelægger på et år når $b = 149.597.887$ km og $a = 149.576.999$ km? (afrund resultatet til milliarder km)

- b) Hvor mange km/s bevæger jorden sig med rundt om solen når et år er 365,25 dage?

- c) Til højre ses en donut også kaldt en torus. Opstil en rumfangsformel for donutten ud fra din viden om cirkler og cylindre?



- d) Opstil en overfladeareal formel for en donut!

Facit: 1,15 12 36

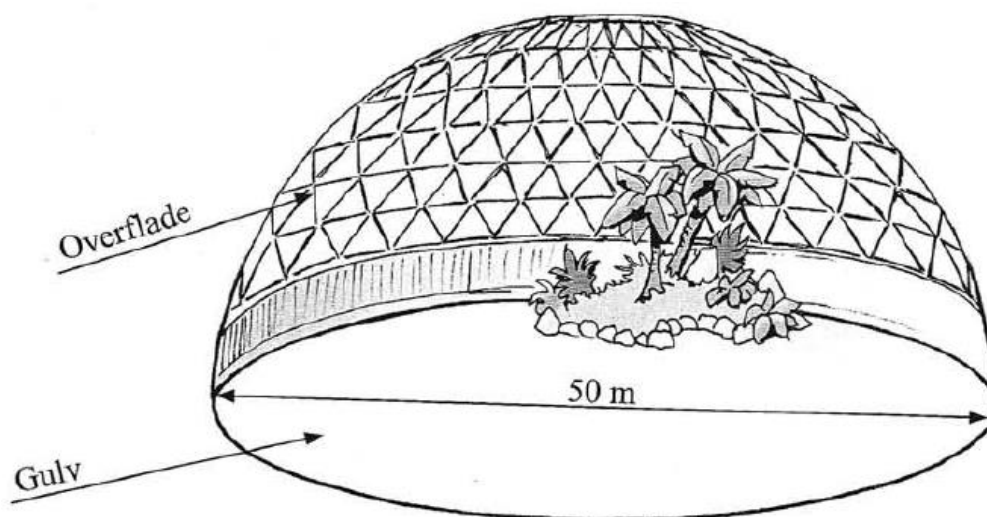
Ekstra Opgave 14: FSU 2011 maj opg 1

Randers Regnskov er en tropisk zoologisk have, som bl.a. består af tre kupler.

Kuplerne kaldes Sydamerikakuplen, Afrikakuplen og Asienkuplen.

Sydamerikakuplen har tilnærmelsesvis form som en halvkugle med en diameter på 50 m.

- a) Beregn radius i Sydamerikakuplen.



- b) Beregn arealet af gulvet i Sydamerikakuplen.

- c) Vis med en beregning, at Sydamerikakuplens rumfang er ca. 33 000 m³.

2827 m² af Sydamerikakuplens overflade består af glas.

- d) Hvor stor en procentdel af Sydamerikakuplens overflade består af glas?

Facit: 25 72 1.052 1963 18.255 33.000