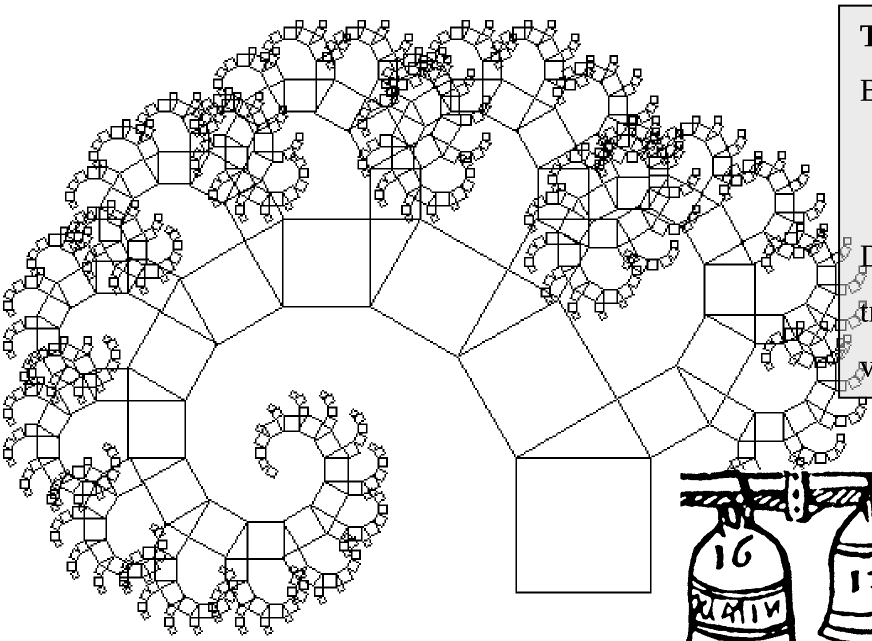
Navn: _______________ Klasse: ____

Matematik Opgave Kompendium

Trigonometri 1



Trigonometri:

Betyder

trigonon = tre vinkler &

metro = måling.

Dvs. trigonometri handler om trekanter og beregningen af deres vinkler og sider!

Kompendiet indeholder:

- Nabovinkler
- Trekant typer
- Trekant konstruktion
- Indskrevne Cirkel
- Omskrevne Cirkel
- Trekantens Areal
- Herons Formel
- Pythagoras Formel
- Beregning af Hypotenusen
- Beregning af Katete
- Pythagoræiske Tripler
- Ligedannede Trekanter
- Brug af Tangens
- Brug af Cosinus
- Brug af Sinus

Opgaver: 25

Ekstra: 12

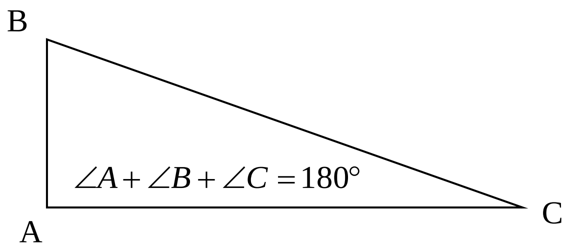
Point: _____

Vinkler i Trekanter:

En trekant består af 3 kanter og derfor også 3 vinkler!

Hvis man lægger de 3 vinklers grader sammen fås altid 180 º.

Vinkelsummen = 180º (∠A+∠B+∠C)



Denne viden kan man bruge til, at beregne en manglende vinkel i en trekant.

∠A = 180 º - ∠B - ∠C. (∠A kan også skrives ∠BAC)

Opgave 1: Beregn de manglende vinkler i trekanterne (uden brug af lommeregner kun hovedet)

a) ∠A = 100°, ∠B = 30°, ∠C = ______

b) ∠A = 55°, ∠B = 55°, ∠C = ______

c) ∠A = 80°, ∠B = 45°, ∠C = ______

d) ∠A = 35°, ∠B = 55°, ∠C = ______

e) ∠A = 25°, ∠B = 25°, ∠C = ______

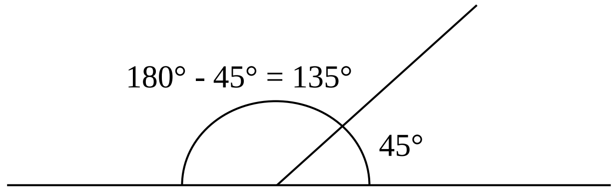
f) ∠A = 120°, ∠B = 30°, ∠C = ______

g) ∠A = 90°, ∠B = 50°, ∠C = ______

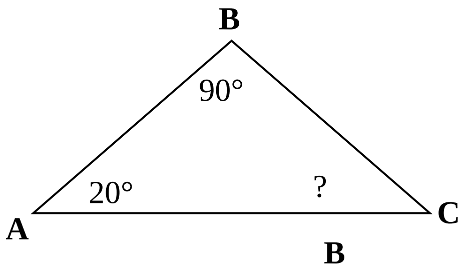
h) ∠A = 75°, ∠B = 50°, ∠C = ______

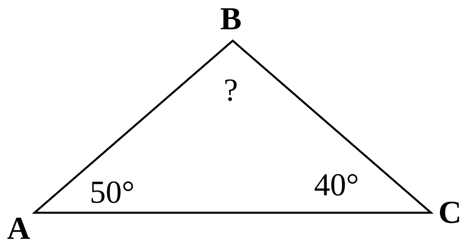
Nabovinkler:

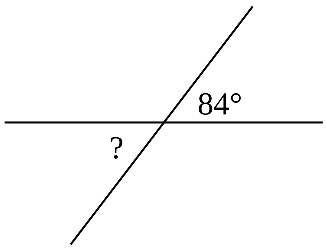
I de tilfælde hvor de to vinkler tilsammen danner 180° eller 360° kan man beregne den ene hvis man kender den anden. Grunden til dette er, at de tilsammen giver 180° el. 360°.

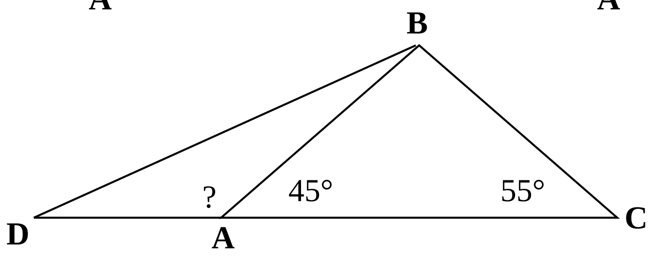


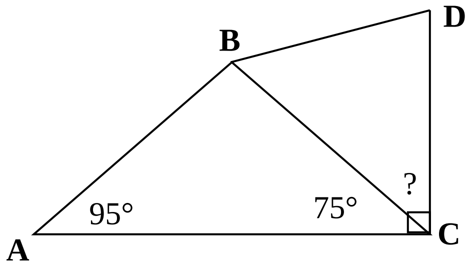
Opgave 2: Beregn de manglende vinkler i trekanterne (uden brug af lommeregner kun hovedet)

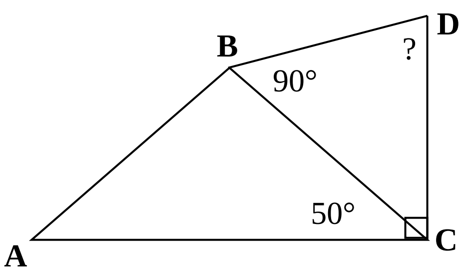


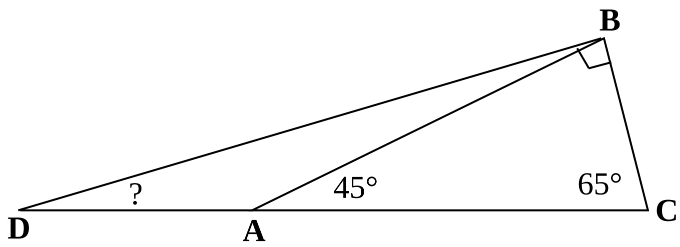






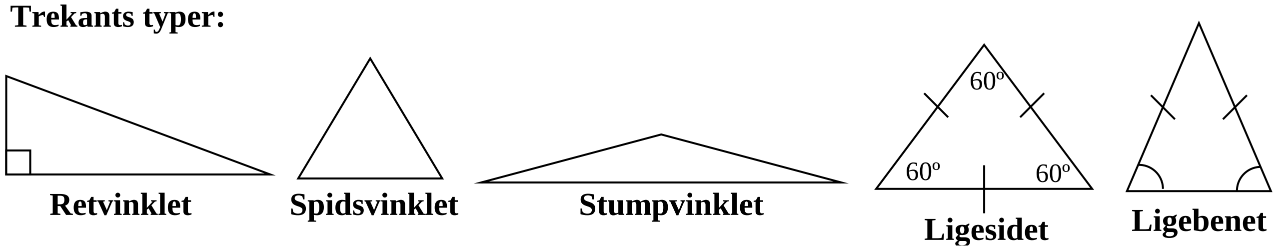






Facit: 12 15 25 30 40 50 50 55 55 57 70 70 84 90 90 105 130 135

Trekants typer:



Opgave 3: Konstruer trekanterne vha. lineal, passer og vinkelmåler.

a) Konstruer en ligesidet trekant hvor siderne er 4 cm lange.

Aflæs en af vinklerne = ___

b) Konstruer en retvinklet trekant hvor $\angle C$ er retvinklet, $\angle A$ er 40 og linjestykket |AC| er 5 cm. |AC| angiver linjen imellem vinkel C og A!

Aflæs længden |BC| = ____

c) Konstruer en ligebenet trekant hvor to af siderne er 3 cm og 2 af vinklerne er 55°.

Aflæs længden af den sidste side i trekanten: ____

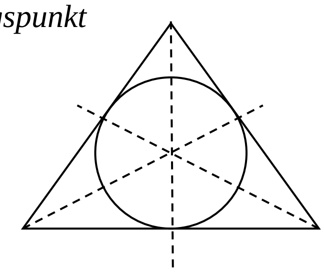
d) Konstruer en trekant hvor $\angle A$ er 40 og $\angle B$ er 65 mens |AB| er 4 cm.

Aflæs længden af |BC| = _____

Facit: 2,7 3,5 3,9 4,2 55 60

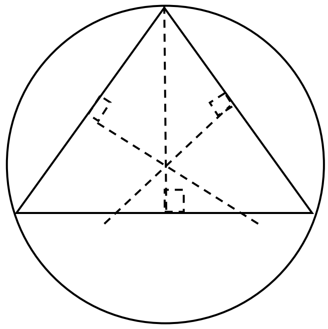
Indskrevne Cirkel: Den Vindskrevne cirkel.

Centrum er vinkelhalveringslinjernes skæringspunkt

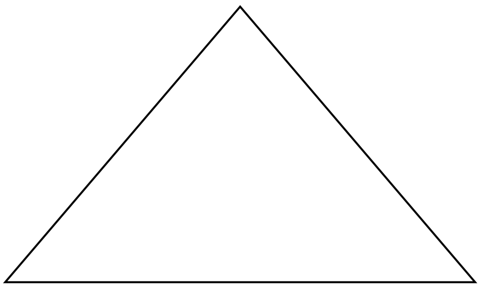


Omskrevne Cirkel: Den Nomskrevne cirkel.

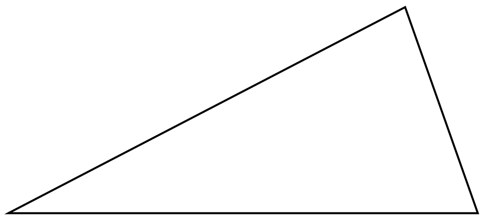
Centrum er midtnormalernes skæringspunkt.



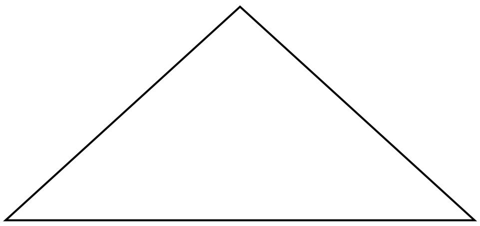
Opgave 4: Tegn den indskrevne eller omskrevne cirkel til trekanterne og beregn cirklens areal og afrund resultatet til et helt tal!



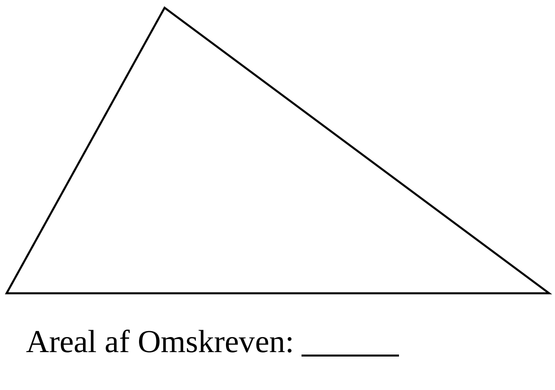
Areal af Indskreven: _______



Areal af Indskreven: _______



Areal af Omskreven: _______



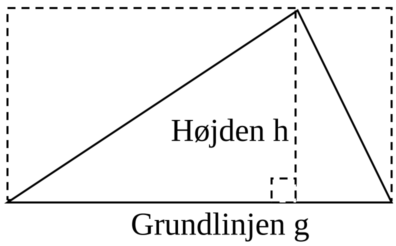
Areal af Omskreven: _______

Facit: 1 4 6 25 30 38 42

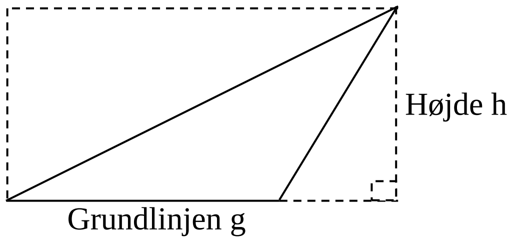
Areal af trekanten:

En trekants areal er det halve af arealet af firkanten man kan tegne udenom trekanten (se figuren)

$$\textbf{Areal} = ½ * \text{højde} * \text{grundlinje} = \frac{højde * grundlinje}{2}$$

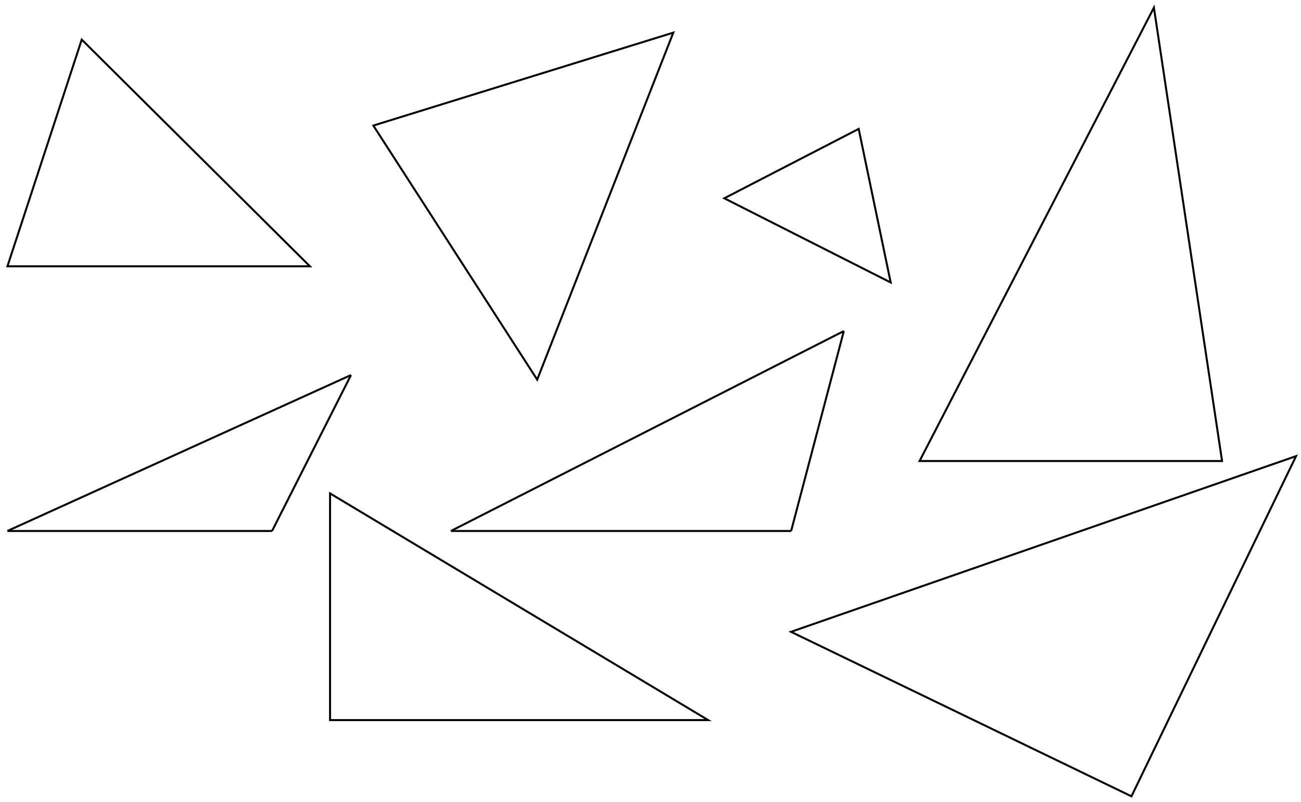


I trekanten er der altid 3 højder at vælge imellem og hver højde skal stå vinkelret på grundlinjen. Hvis højden er placeret udenfor trekanten må man forlænge grundlinjen for at kunne måle den →



Opgave 5: Beregn arealerne af trekanterne og afrund resultatet til et helt tal.

Husk at der i en trekant er 3 højder og at der er frit valg når arealet skal beregnes (drej trekanten)



Ekstra Opgave 1:

a) En trekant har et areal på 16 cm^2. Beregn trekantens grundlinje når højden er 3

b) En trekants grundlinje er på 4 cm. Beregn trekantens højde hvis arealet er 25 cm^2

Facit: 2 4 6 6 8 8 9 10,7 12 12 12,5 13 15

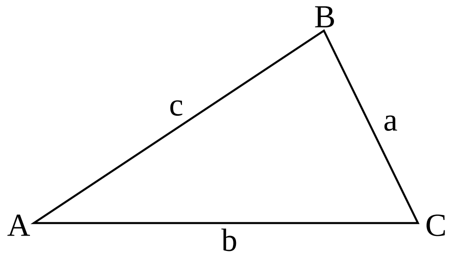
Ekstra Ekstra: Trekantens areal ud fra side længderne

Når man skal beregne arealet af en trekant er det som regel altid højden der er den mest besværlige at måle! Hvis der nu var en formel, hvormed man kunne bregne arealet ud fra længden af siderne i trekanten - så ville det være så meget nemmere! Denne formel findes og kaldes Herons formel opkaldt efter en gammel græker!


Heron

Herons formel:

Formlen er delt i 2 dele. Først skal man beregne s:



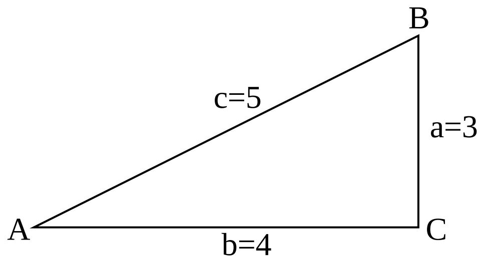
$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

a, b & c er længderne af siderne (se figur!)

Herefter kan arealet beregnes ved at bruge følgende formel:

$$\text{Areal} = \sqrt{s*(s-a)*(s-b)*(s-c)}$$

Eksempel:



En trekant har sidelængderne a=3, b=4, c=5 cm! Først beregnes s:

$$s = \frac{3+4+5}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Herefter kan arealet beregnes ved brug af Herons formel:

$$\text{Areal} = \sqrt{6*(6-3)*(6-4)*(6-5)} = \sqrt{6*3*2*1} = \sqrt{36} = 6\ \text{cm}^2$$

Arealet er 6 cm^2, hvilket ikke kommer som nogen overraskelse for det er jo en retvinklet trekant, hvor højden er 3 og grundlinjen 4! Hvorfor den er retvinklet kan Pythagoras forklare næste side!

Ekstra Opgave 2: Beregn trekanternes arealer vha. Herons formel! (afrund til 2 decimaler)

a) a= 13, b = 6, c = 13

s = = ________

Areal = = ________

b) a= 4, b = 5, c = 8

s = = ________

Areal = = ________

c) a= 13, b = 14, c = 17

s = = ________

Areal = = ________

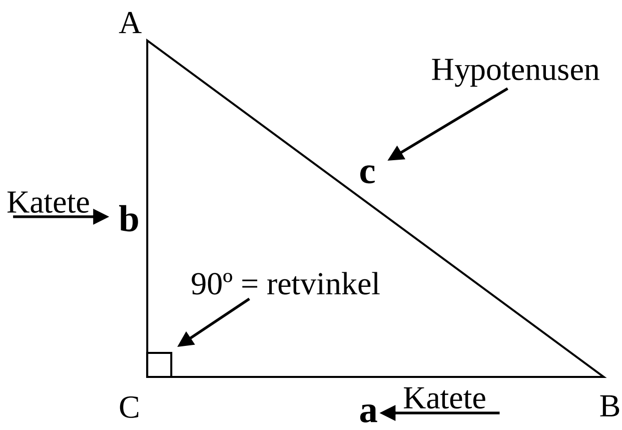
d) a= 7, b = 9, c = 12

s = = ________

Areal = = ________

Facit: 8,18 12,86 31,30 37,95 42,86 88,99 92,81

Pythahoras formlen: $a^2 + b^2 = c^2$

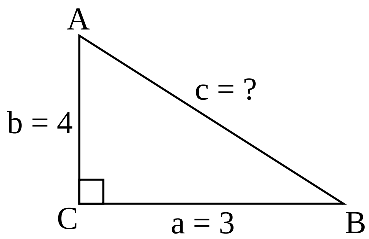


- □ Gælder kun for retvinklede trekanter!
- □ a og b kaldes for **kateter** og danner den rette vinkel.
- □ c kaldes for **hypotenusen** og er altid den længste side i trekanten.
- □ Den kant der er modsat hypotenusen c kaldes for C. (overfor lille c sidder store C)
- □ Den kant der modsat kateten a kaldes A og tilsvarende for B.

http://goo.gl/Fj0rgR

Hvordan bruger man formlen:

Til højre har vi en retvinklet trekant– så her kan vi bruge Pythagoras! Vi kender a og b som kaldes kateterne. Så kan vi bruge formlen til at finde den sidste side c kaldt hypotenusen:



$a^2 + b^2 = c^2$

$3^2 + 4^2 = c^2$

$9 + 16 = c^2$

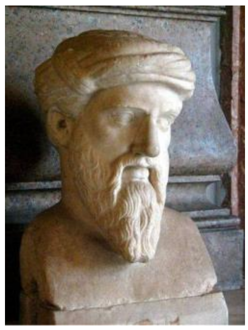
$25 = c^2$

Vi skal finde et tal som ganget med sig selv giver 25 – det må være 5. Hvis man ikke kan se tallet direkte må man godt benytte kvadratroden på lommeregneren (den er jo det modsatte af potens).

$\sqrt{25} = \sqrt{c^2}$

5 = c eller c = 5 (det er det samme).

Manden bag Pythagoras formlen:


Pythagoras

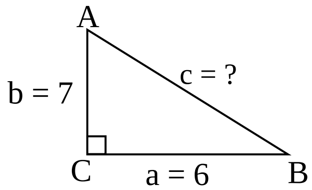
- □ Pythagoras levede i Oldtidens Grækenland 500 år f.kr.
- □ Var leder er en sekt der mente at tal kunne forklare alt i verden. Smukt ikke. Denne bevægelse optog, som noget specielt, også kvinder!
- □ Grundlage akustikken (musik, toner og matematik hører sammen).
- □ Indførte det *matematiske bevis* i den matematiske verden (og det var stort).
- □ Var en af de første der fandt ud af at jorden er rund (og ikke flad).
- □ Stjal formlen fra Babylonerne som var de første der opdagede den. Men Pythagoras tog æren – men sådan er det ofte indenfor videnskaben.

Opgave 6: Find hypotenusen c ved at bruge Pythagoras. Afrund resultat til 2 decimaler.

a) $a = 6,\ b = 7$

$c^2 = \underline{6^2 + 7^2} = \underline{36 + 49} = \underline{85}$

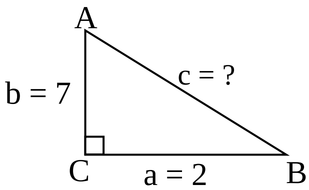
$c = \underline{\sqrt{85}} \approx \underline{\underline{9{,}22}}$



b) $a = 2,\ b = 7$

$c^2 =$ ________ = ________ = ______

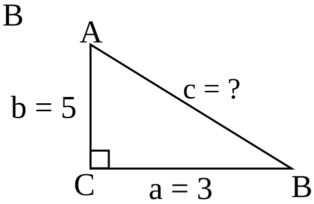
$c =$ ________ ≈ ________



c) $a = 3,\ b = 5$

$c^2 =$ ________ = ________ = ______

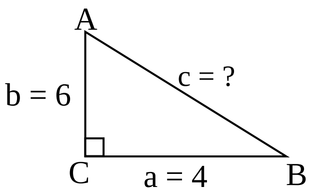
$c =$ ________ ≈ ________



d) $a = 4,\ b = 6$

$c^2 =$ ________ = ________ = ______

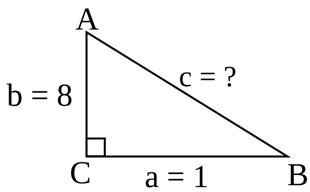
$c =$ ________ ≈ ________



e) $a = 1,\ b = 8$

$c^2 =$ ________ = ________ = ______

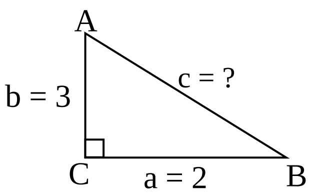
$c =$ ________ ≈ ________



f) $a = 2,\ b = 3$

$c^2 =$ ________ = ________ = ______

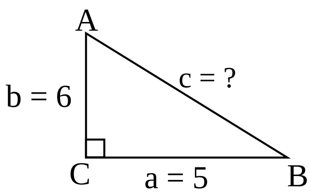
$c =$ ________ ≈ ________



g) $a = 5,\ b = 6$

$c^2 =$ ________ = ________ = ______

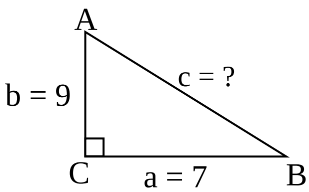
$c =$ ________ ≈ ________



h) $a = 7,\ b = 9$

$c^2 =$ ________ = ________ = ______

$c =$ ________ ≈ ________



Facit: 3,61 5,83 7,21 7,28 7,81 8,06 11,40

Opgave 7: Find hypotenusen c ved at bruge Pythagoras. Afrund resultat til 2 decimaler.

a) a = 4, b = 12

$c^2 =$ ________ = ________ = _____

c = ________ ≈ ________

b) a = 4, b = 13

$c^2 =$ ________ = ________ = _____

c = ________ ≈ ________

c) a = 2, b = 18

$c^2 =$ ________ = ________ = _____

c = ________ ≈ ________

d) a = 9, b = 12

$c^2 =$ ________ = ________ = _____

c = ________ ≈ ________

e) a = 10, b = 12

$c^2 =$ ________ = ________ = _____

c = ________ ≈ ________

f) a = 13, b = 18

$c^2 =$ ________ = ________ = _____

c = ________ ≈ ________

g) a = 30, b = 40

$c^2 =$ ________ = ________ = _____

c = ________ ≈ ________

h) a = 42, b = 58

$c^2 =$ ________ = ________ = _____

c = ________ ≈ ________

Pythagoræisk Tripler:

Når hypotenusen og kateterne er heltal (dvs. ikke decimaltal) kalder man det for en pythagoræisk triplet. Et eksempel er 3, 4 og 5 et andet er den fra **opgave 2**: 9, 12, 15.

Disse tripler kan være praktiske at kende da de ofte benyttes i færdighedsregning!

Opgave 8: Find den triplet der begynder med 6! Udfyld i tabel.

prøv med f.eks. 6 & 7 og se om det giver en triple hvis ik forsæt!

Pythagoræiske Tripler		
3	4	5
5	12	13
6		
7	24	25
8	15	17
9	12	15
10	24	26
12	16	20
20	21	29

Et af matematikkens store mysterier:

Den meget berømte matematikker Pierre de Fermat (1601-1665) skrev lige inden sin død, at han havde fundet et smukt bevis for at $a^3 + b^3 = c^3$ ikke har nogen heltals tripler. Desværre døde han inden han fik skrevet det ned! Siden dengang har matematikere søgt efter beviset som er så smukt og simpelt – men kunne ikke finde det. Matematikere har sågar viet hele deres liv til at finde beviset. Den kom endelig i 1994 – men den var ikke simpel eller på nogen måde smuk.

Facit: 12,65 13,60 15 15,62 18,11 22,20 50 71,61

At finde den ene katete:

I nogen opgaver er det ikke hypotenusen c man skal finde men derimod en af kateterne. Dette kan kun lade sig gøre hvis man så har den anden katete og hypotenusen. Lad os se på problemet:

$a^2 + b^2 = c^2$ Vi flytter derfor b over på den anden side (ved at trække b^2 fra på begge sider)

$a^2 = c^2 - b^2$

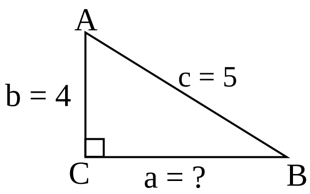
Lad os tag et eksempel hvor c = 5 og b = 4

$a^2 = 5^2 - 4^2$

$a^2 = 25 - 16$

$a^2 = 9$

$a = \sqrt{9} = 3$

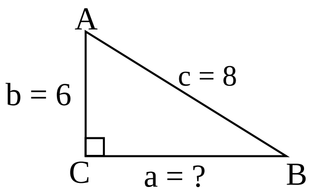


Opgave 9: Find den manglende katete ved at bruge Pythagoras. Afrund resultatet til 2 decimaler.

a) c = 8, b = 6

a^2 = ____________= _____________= _______

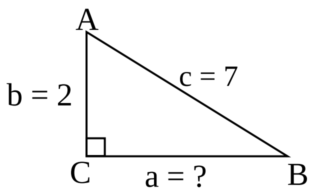
a = ____________≈ =============



b) c = 7, b = 2

a^2 = ____________= _____________= _______

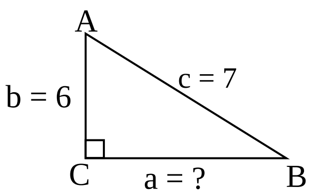
a = ____________≈ =============



c) c = 7, b = 6

a^2 = ____________= _____________= _______

a = ____________≈ =============



d) c = 4, b = 2

a^2 = ____________= _____________= _______

a = ____________≈ =============

e) c = 9, b = 2

a^2 = ____________= _____________= _______

a = ____________≈ =============

f) c = 8, b = 5

a^2 = ____________= _____________= _______

a = ____________≈ =============

g) c = 9, b = 7

a^2 = ____________= _____________= _______

a = ____________≈ =============

Facit: 1,24 3,46 3,61 4,57 5,29 5,66 6,24 6,71 7,88 8,77

At finde den anden katete:

Fungerer på samme måde vi finder blot i stedet b.

$b^2 = c^2 - a^2$

Opgave 10: Find den manglende katete ved at bruge Pythagoras. Afrund resultatet til 2 decimaler.

a) $c = 29,\ a = 12$

$b^2 =$ ________ = ________ = ______

$b =$ ________ ≈ ________

b) $c = 32,\ b = 14$

$a^2 =$ ________ = ________ = ______

$a =$ ________ ≈ ________

c) $c = 82,\ a = 54$

$b^2 =$ ________ = ________ = ______

$b =$ ________ ≈ ________

d) $c = 99,\ a = 64$

$b^2 =$ ________ = ________ = ______

$b =$ ________ ≈ ________

e) $c = 29,\ b = 28$

$a^2 =$ ________ = ________ = ______

$a =$ ________ ≈ ________

f) $c = 35,\ b = 28$

$a^2 =$ ________ = ________ = ______

$a =$ ________ ≈ ________

g) $c = 38,\ a = 13$

$b^2 =$ ________ = ________ = ______

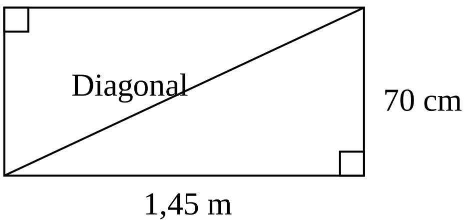
$b =$ ________ ≈ ________

h) $c = 42,\ a = 18$

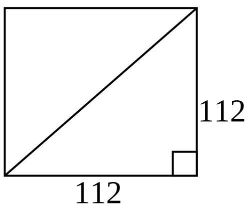
$b^2 =$ ________ = ________ = ______

$b =$ ________ ≈ ________

Opgave 11: Hvor mange metre er diagonalen i et sofabord, der er 1,45 m langt og 70 cm bredt?



Opgave 12: Hvor lang er diagonalen i et kvadratisk bord, der har en sidelængde på 112 cm?



Facit: 1,61 7,55 21 26,4 28,77 35,71 37,95 61,71 75,53 158,39

Opgave 13: I et rektangel er længden af diagonalen 40 cm og længden af den ene af siderne 30 cm.

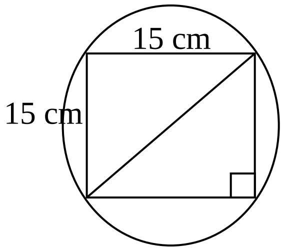
Hvad er arealet af rektanglet?

Hint: tegn en skitse af situationen.

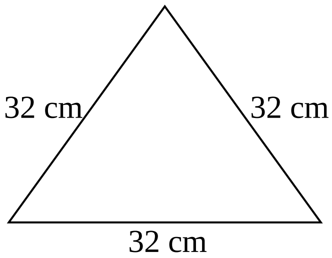
Opgave 14: Arkibald har et halvt stykke rugbrød, hvis bredde er 5,5 cm og længde er 11 cm. Han vil godt placere en rød pølse på brødet! Hvor lang en pølse er der plads til?

Hint: Pølsen må ligge på skrå på brødet før det går. Tegn en skitse.

Ekstra Opgave 3: Hvad er radius i den cirkel, der kan omskrive et kvadrat med sidelængden 15 cm?

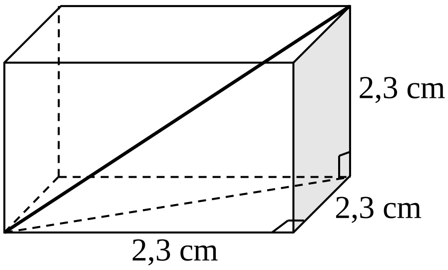


Ekstra Opgave 4: Hvad er arealet af en ligesidet trekant med en sidelængde på 32 cm?



Hint: Prøv at lægge højden ind.

Ekstra Opgave 5: Bestem rum-diagonalen i en terning med sidelængden 2,3 cm.

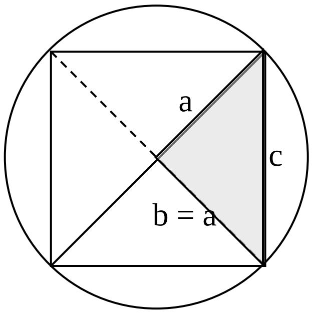


Facit: 3,98 10,61 12,30 443,41 793,7

Pythagoras & Ligninger:

I nogen tilfælde kan man definere den ene katete ud fra den anden katete! Når det er tilfældet kan man reducere pythagoras formlen så man kan finde hypotenusen ved blot, at kende en katete!

I figuren til højre er der tegnet et kvadrat inde i en cirkel således at hjørnerne af kvadratet nøjagtig rør cirkelbuen! Som man kan se danner diagonalerne i kvadratet 4 retvinklede trekanter hvor hypotenusen er kvadratets længde! Kateterne i trekanterne må være lige lange fordi de jo også er radius i cirklen! Dvs. a = b og herved reduceres pythagoras til!



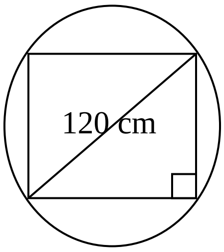
$c^2 = a^2 + a^2$ (fordi a = b og pythagoras siger $c^2 = a^2 + b^2$)

Vi ved at $a^2 + a^2 = 2a^2 = 2*a^2$

$c^2 = 2*a^2$

c = $\sqrt{2*a^2}$

Opgave 15: Hvad er længden af det kvadrat, der kan indskrives i en cirkel med en diameter på 120 cm?



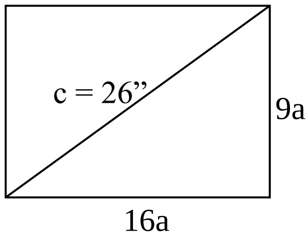
Ekstra Opgave 6: Justin har en rektangulær stue, hvor den ene side er dobbelt så lang (2a) som den anden. *Hvad er stuens areal, når diagonalen i stuen er 9 meter?*

Hint: Tegn skitse, omskriv Pythagoras – husk den ene side er dobbelt så stor som den anden (2a)!

Ekstra Opgave 7: Når man siger, at et fjernsyn er på 32 tommer (1 tomme = 2,54 cm), er der tale om, at diagonalen i billedfladen er 32. Forholdet mellem højde og bredde i Widescreen billedet er altid 16:9. *Hvor bredt er billedet i et 32 tommer fjernsyn?*

Husk: Potens regnereglen $(2a)^2 = 2^2 * a^2$

Husk: når a er isoleret er der jo 16 af dem i længden!



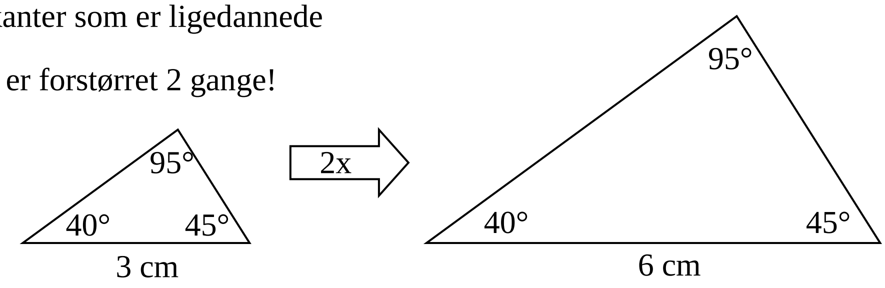
Facit: 20,8 32,32 33,59 39 70,84 84,85 1014

Ligedannede Trekanter:

To trekanter siges at være ligedannede hvis den ene trekant er en formindsket udgave af den største. Når dette er tilfældet er vinklerne i de to trekanter også ens!

Her ses 2 trekanter som er ligedannede

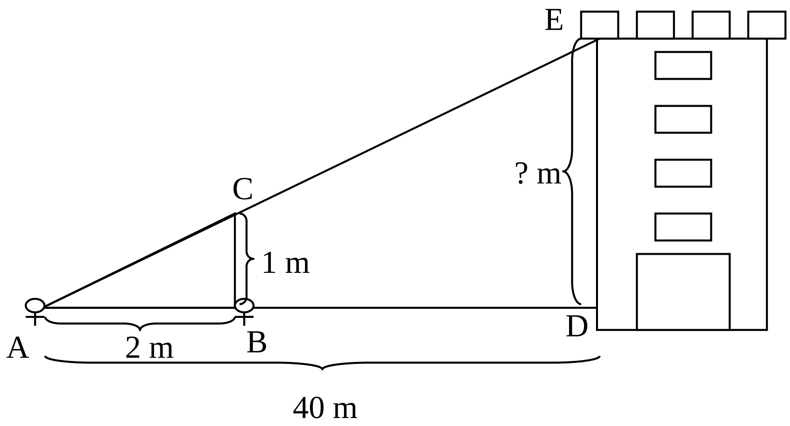
Hvor den ene er forstørret 2 gange!



Ligedannede Trekanter og Højde beregninger:

Hvis man har to ligedannede trekanter, og kender (forstørrelses) forholdet imellem dem, kan man beregne ukendte sider i den ene trekant ud fra den anden. Dette kan man bl.a. bruge hvis man skal beregne højden af f.eks. bygninger, træer og andet.

I eksemplet her står en person ved A og kigger op på et tårn. 2 meter væk ved B står en anden person med en 1 meter høj pind. Når personen ved A kigger op på tårnet ser pinden lige så høj ud som tårnet. Som det ses er der her dannet 2 trekanter ABC og ADE som må være ligedannede.



http://goo.gl/3uv6aH

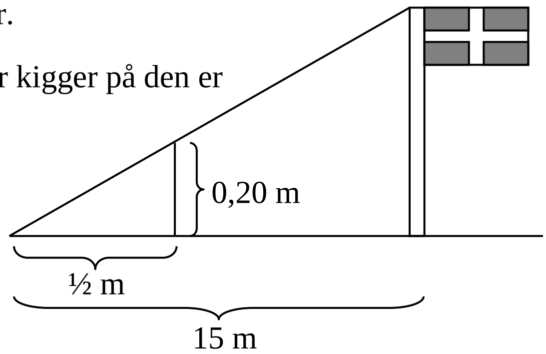
Forholdet imellem dem må være $\frac{40}{2} = 20$

Trekant ADE er altså 20 gange større end ABC og derfor må højden af tårnet |DE| være 20 gange større end |BC| altså pinden. Højden af tårnet er altså

Højde af tårn = |BC| * forhold = 1 m * 20 = 20 meter + højden af personen!

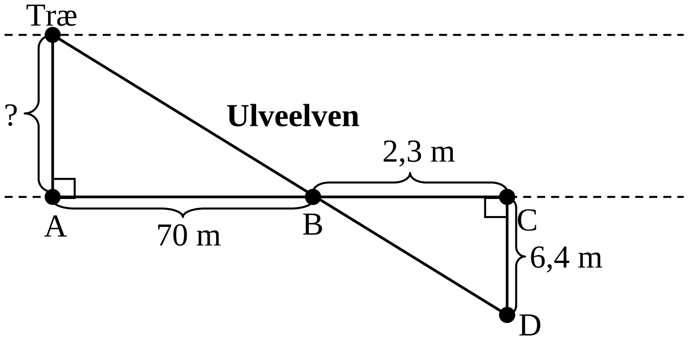
Opgave 16: Løs opgaverne ved at bruge ligedannede trekanter.

a) Beregn højden af flagstangen (se figur) når manden der kigger på den er 2 meter høj.



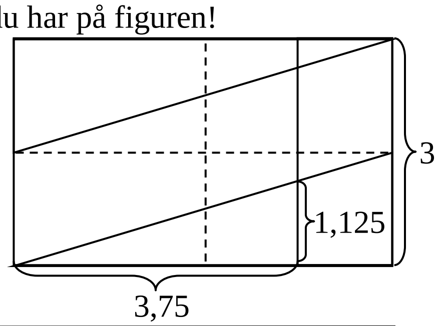
b) Han måler en anden flagstang. Her er afstanden til den i stedet 20 m. Hvor høj er denne flagstang?

Opgave 17: På Norgesekspedition i 1904 målte en polarforsker bredden af Ulveelv ved brug af ligedannede trekanter uden at krydse elven! Måden han gjorde det på var, at finde et stort træ på modsatte bred og stille sig lige overfor det! Dette punkt blev til punkt A (se figur). Herefter gik han langs elven 70 m - dette blev til punkt B hvor han satte en lang pind! Derefter vandrede han 2,3 meter videre hvor punkt C blev sat! Slutteligt vandrede han vinkelret væk fra floden mens hans havde øjnene rettet mod pinden i B! Da han kunne se, at pinden i B og træet faldt sammen havde han fundet punkt D. Her havde han gået 6,4 meter!



Beregn bredden af Ulveelven når det antages at de to trekanter er ligedannede!

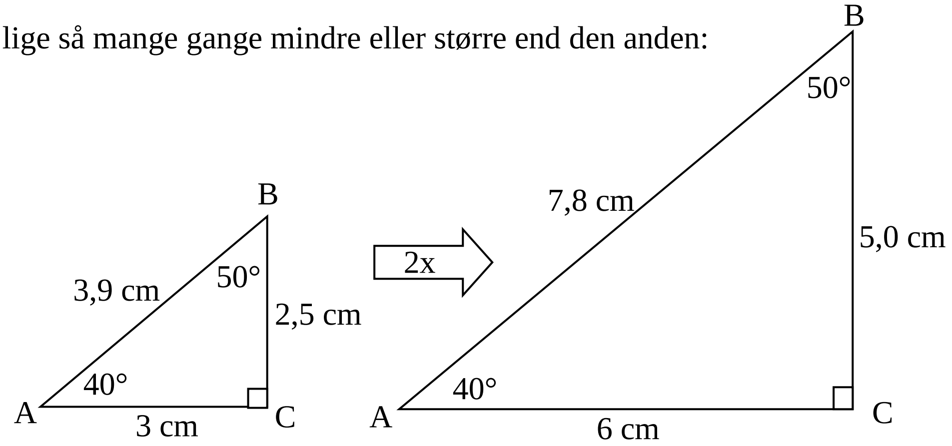
Ekstra Opgave 8: Beregn firkantens (rektangel) areal ud fra de mål du har på figuren!



Facit: 7 8 10 13 15 180 195

Beregning af sider & vinkler vha. ligedannede trekanter.

Ligedannede trekanter kan bruges til at beregne højden af træer, huse og bredden af elve! I det næste skal vi vende blikket mod forholdet mellem trekantens sider! Der sker nemlig det, at hvis man forstørrer trekanten ændres forholdet ikke imellem siderne i 2 ligedannede trekanter. Den ene side er stadig lige så mange gange mindre eller større end den anden:



Den retvinklede trekant bliver forstørret 2 gange men lad os se hvad der sker med forholdet imellem siderne i den lille og stor (forstørrede) trekant:

Lille trekant: $\frac{a}{b} = \frac{2,5}{3,0} = 0,83$ $\quad \frac{a}{c} = \frac{2,5}{3,9} = 0,64$ $\quad \frac{b}{c} = \frac{3,0}{3,9} = 0,77$

Stor trekant: $\frac{a}{b} = \frac{5,0}{6,0} = 0,83$ $\quad \frac{a}{c} = \frac{5,0}{7,8} = 0,64$ $\quad \frac{b}{c} = \frac{6,0}{7,8} = 0,77$

Dvs. at side a, uanset hvor stor trekanten er, vil altid være 0,83 kortere end side b! Side a vil altid være 0,64 kortere end c (hypotenusen) mens side b vil være 0,77 kortere end c (hypotenusen).

Man bør selvfølgelig huske, at disse forhold kun gælder for ligedannede retvinklede trekanter, hvor vinkel A er 40°. Hvis man begynder, at ændre vinkel A vil forholdet imellem siderne ændres!

Dette forhold har mange anvendelses muligheder! Hvis man har en retvinklet trekant, hvor vinklen er 40° og katete b er 4 cm kan man beregne katete a på følgende måde:

a = forhold(a/b) * b = 0,83 * 4 = 3,32 ≈ 3,3 cm

Opgave 18: Beregn katete a i en retvinklet trekant, hvor vinkel A er 40° og katete b er 4 cm! Tegn herefter den retvinklede trekant nedenfor og mål om vinklen nu også bliver 40°!

Facit: 2,8 3,1 3,3

Tabel over forhold i andre retvinklede trekanter:

Det næste skridt er, at undersøge hvad forholdet mellem siderne i andre retvinklede trekanter er (hvor vinkel A ikke er 40°)! Hvis man tegnede 89 forskellige retvinklede trekanter med vinkler fra 1° til 89° og målte forholdet imellem siderne for hver trekant kunne man lave et opslagsværk (se tabel)!

Med dette opslagsværk kunne man så beregne alle manglende sider i en hvilken som helst retvinklet trekant uanset størrelse! Dette hvis blot man kendte en vinkel og en af siderne!

Vinkel A	a/b	a/c	b/c
5°	0,087	0,087	0,996
10°	0,176	0,174	0,985
15°	0,268	0,259	0,966
20°	0,364	0,342	0,940

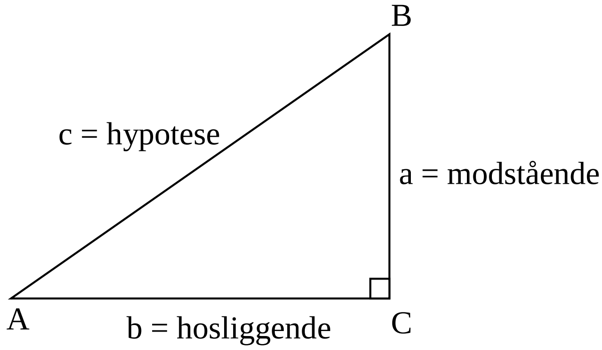
Tangens, Sinus & Cosinus:

De store matematiske opdagelser bliver dog ikke gjort så nemt i de moderne tider! Der er nemlig nogen der er kommet dig i forkøbet og tegnet de 89 trekanter og målt & beregnet. Denne tabel er lagt ind i din lommeregner så du spares for arbejdet! Man har her valgt at navngive de forskellige forhold med ord som lyder mystiske og fremmede men som du nok skal lære mere at kende!

Tangens: tan(vinkel A) = $\frac{a}{b} = \frac{\text{mod}\,stående\_katete}{hosliggende\_katete}$

Sinus: sin(vinkel A) = $\frac{a}{c} = \frac{\text{mod}\,stående\_katete}{hypotenusen}$

Cosinus: cos(vinkel A) = $\frac{b}{c} = \frac{hosliggende\_katete}{hypotenusen}$

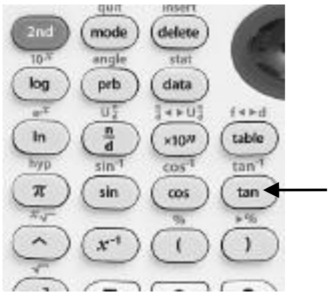


Hvordan bruges de på lommeregneren?

På lommeregneren findes en knap til tan, cos, sin (se billede)

Når man f.eks. trykker på tan kan man indtaste vinklen bagefter:

`tan(40)` husk at lukke parentesen!



Opgave 19: Indtast forskellige vinkler på lommeregneren ved at bruge tan, cos & sin (afrund 3 dec)

NB: Hvis TI-30 leverer et resultat som √3/3 tryk da på beregn knappen < > over enter!

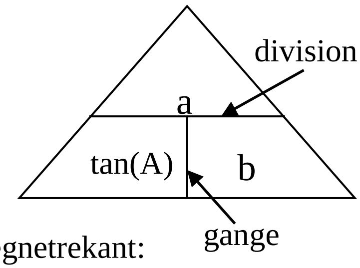
a) tan(30) = ________ d) sin(45) = ________

b) cos(70) = ________ e) tan(60) = ________

c) sin(90) = ________ f) cos(40) = ________

Facit: 0,245 0,342 0,577 0,607 0,707 0,766 1 1,732 1,832

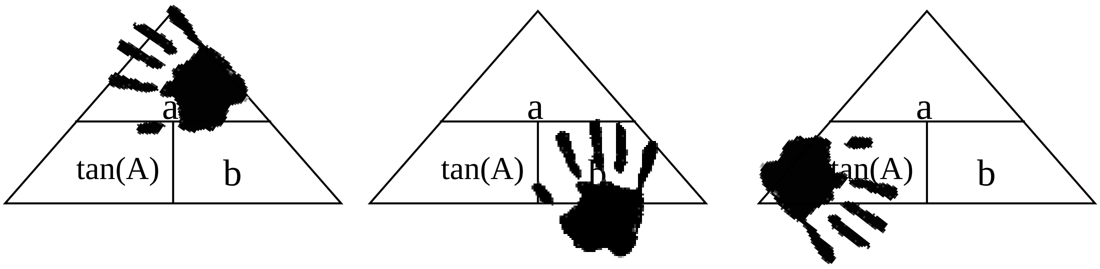
Brug af Tangens formlen:



$$\tan(A) = \frac{a}{b}$$

En formel med 3 ubekendte kalder på, at man stopper den ind i en regnetrekant:

Regnetrekanten kan benyttes i stedet for brug af ligninger! Den vandrette streg betyder division og lodrette gange! Hold fingeren (hånden på figuren) over det du skal finde!



Der er altså 3 variabler som man kan finde i en retvinklet trekant: a, b og vinkel A:

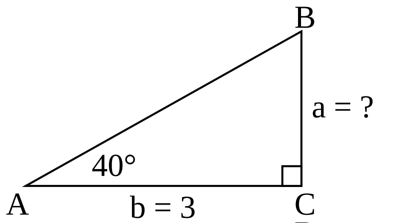
a = tan(A) * b (se figur 1)

$b = \dfrac{a}{\tan(A)}$ (se figur 2)

Hvis man kender a og b kan tan(A) beregnes! Men resultatet er jo ikke vinklen men forholdet mellem a/b! For at få vinklen skal man benytte invers tangens $\tan^{-1}$! Invers tangens findes ved at trykke `2nd tan`!

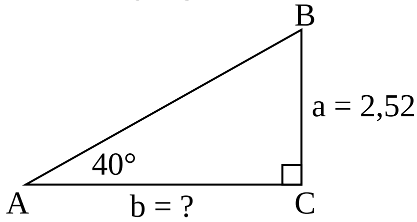
$$A = \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$$

3 eksempler på brug af tangens:



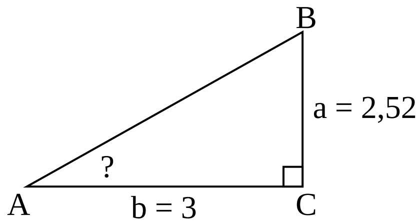
- I en retvinklet trekant er b = 3 cm og vinkel A = 20°!

  a = tan(40) * 3 cm = 2,52 cm



- I en retvinklet trekant er a = 2,52 cm og vinkel A = 20

  $b = \dfrac{2{,}52}{\tan(40)} = 3{,}00$ cm



- I en retvinklet trekant er a = 2,52 cm og b = 3 cm

  $A = \tan^{-1}\left(\dfrac{2{,}52}{3}\right) = 40°$

Opgave 20: Beregn de manglende sider og vinkler ved at bruge tangens! (afrund til 2 decimaler)

a) ∠A = 35° (vinkel A), a = 5

$b = \dfrac{a}{\tan(A)} = \dfrac{5}{\tan(35} \quad = \underline{\underline{\qquad}}$

b) ∠A = 48°, b = 8

a = $\quad = \underline{\underline{\qquad}}$

c) a = 6, b = 10 (**hint:** husk $\tan^{-1}$)

∠A = $\quad = \underline{\underline{\qquad}}$

d) ∠A = 20°, a = 20

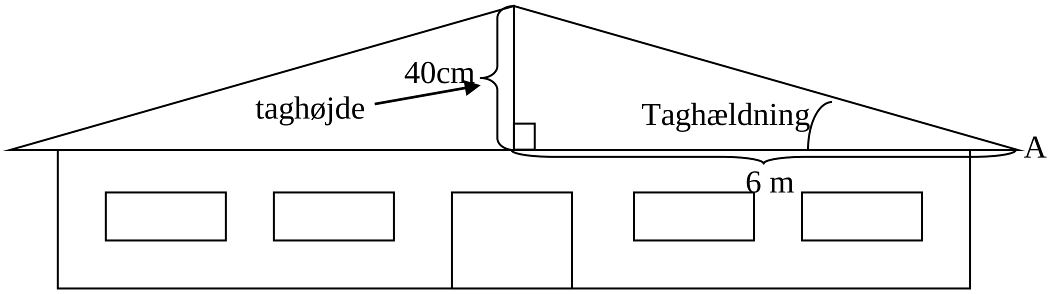
b = $\quad = \underline{\underline{\qquad}}$

e) ∠A = 84°, b = 25

a = $\quad = \underline{\underline{\qquad}}$

f) a = 3, b = 4

∠A = $\quad = \underline{\underline{\qquad}}$



Opgave 21: På et hus har taget altid en bestemt hældning som kaldes for taghældningen (se figur). I denne opgave skal en familie have udskiftet deres tag!

a) Beregn den nuværende taghældning for huset!

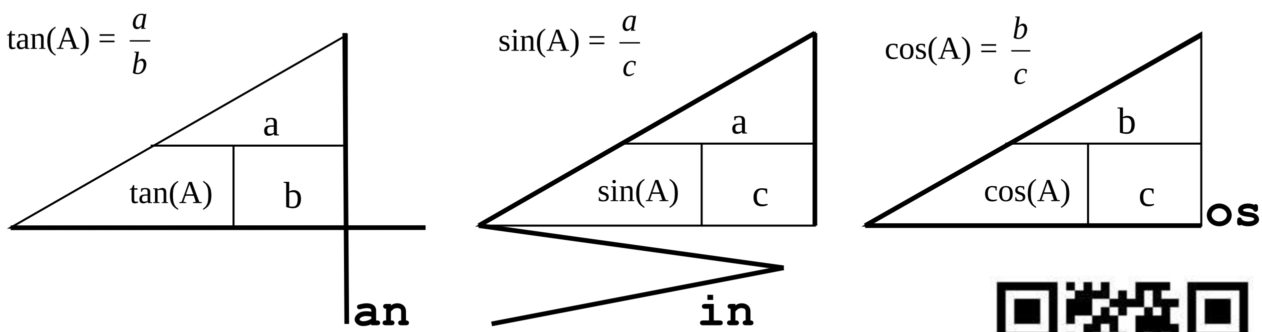
b) Nu da taget alligevel skal skiftes vil de have sat solceller på taget der kan lave gratis støm til familien! Solceller fungerer mest optimalt ved en taghældning på 30° og en så stor taghældning har familiens tag desværre ikke! Derfor har de overvejet, at hæve taghældningen til 20° da solcellerne da udnytter 97 % af lyset, hvilket er godt nok til dem! Beregn hvad taghøjden skal være <u>i meter</u> hvis taghældningen på taget skal være 20°?

Ekstra Opgave 9: Solcellerne familien ønsker at placere på taget koster 80.000 kr og kan producere 4.800 kWh om året (kWh er en enhed for energi forbrug). Hver af de 4.800 kWh indbringer familien 2 kr i sparet strøm! Hvornår har solcelle anlægget sparet familien så mange penge på deres strømregning, at solcellerne har tjent sig selv ind? (indtjenings tid)

Facit: 2,18 3,81 5,8 7,14 8,3 8,88 30,96 36,87 42,86 54,95 196,84 237,86

Tangens, Sinus & Cosinus - hvilken formel skal man vælge?

På forrige side har vi set, hvordan man kan bruge tangens formlen til, at beregne vinkler og sider i en retvinklet trekant! Det tilsvarende kan man også med sinus & cosinus som har tilsvarende regnetrekanter tilknyttet - se figur nedenfor!



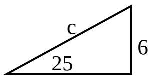
Det kan være svært, at finde ud af om man i en given opgave skal vælge tangens, sinus eller cosinus formlen! Dog kan regnetrekanterne ovenfor hjælpe! Regnetrekanterne er formet som en retvinklet trekant, og de sider i trekanten som indgår i formlen er markeret med en ekstra fed streg!

http://goo.gl/K8qpma

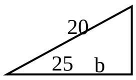
Sjovt nok danner siderne, der indgår tangens formlen et T, siderne i Cosinus danner et C, og med lidt god vilje får man et S ved sinus formlen (se trekanter)!

Når man skal finde den formel man skal benytte, bør man derfor tegne trekanten og gøre de sider man har oplyst og skal finde ekstra fede! Herefter kan man jo se hvilket bogstav der dannes og derved afgøre hvilken formel man skal bruge! En anden metode er at finde den regnetrekant der indeholder de variable (a, b, c, ∠A) man har og det man skal finde!

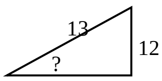
Opgave 22: Beregn de manglende sider og vinkler ved brug af tangens, sinus & cosinus! (1 dec.)

a) ∠A = 25°, a = 6 

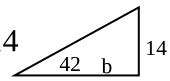
c = = ________

b) ∠A = 25°, c = 20 

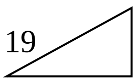
b = = ________

c) a = 12, c = 13 

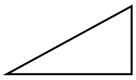
∠A = = ________

d) ∠A = 42°, a = 14 

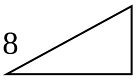
b = = ________

e) ∠A = 66°, b = 19 

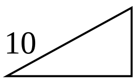
c = = ________

f) a = 8, c = 14 

∠A = = ________

g) ∠A = 45°, a = 8 

c = = ________

h) ∠A = 60°, b = 10 

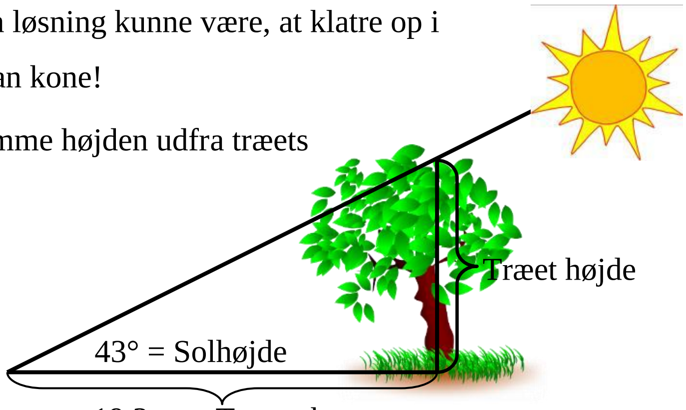
a = = ________

Facit: 10,8 11,3 14,2 15,5 17,1 17,3 18,1 34,8 46,7 52,8 67,4 72,9

Opgave 23: En mand skal fælde et træ! I den forbindelse er han interesseret i, at kende træet højde da han ikke ønsker, at det skal vælte ned i hans hus! En løsning kunne være, at klatre op i træet med et målebånd - men det er for farligt mener han kone!

På nettet har hun i stedet fundet en metode til, at bestemme højden udfra træets skygge og solens højde over horisonten!

Beregn træets højde?



Opgave 24: I skolen skal Jens lave et fuglehus! Han har bestemt sig for at taget skal have en hældning på 26° og bredden af taget skal være 20 cm! Han tegner en skitse (se figur)

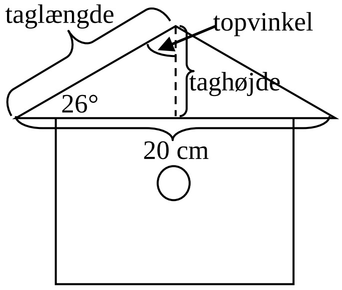
Hvor han tegner målene ind og angiver taghøjden & taglængden & topvinklen som han skal kende for at lave huset!

Beregn taghøjden & taglængden & tophøjden på fuglehuset?

Taghøjden =

Taglængden =

Topvinklen =

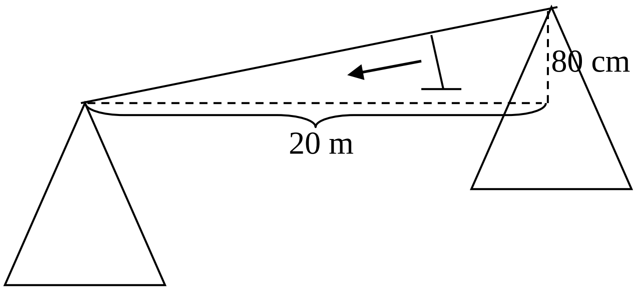


Ekstra Opgave 10: Et firma skal opføre en legeplads, hvor der skal være en svævebane (se figur)! Svævebanen skal have en højde (fald) på 80 cm og have en bredde på 20 meter!

Beregn længden af den stål-wire børnene skal lide ned af og hældningen af banen?

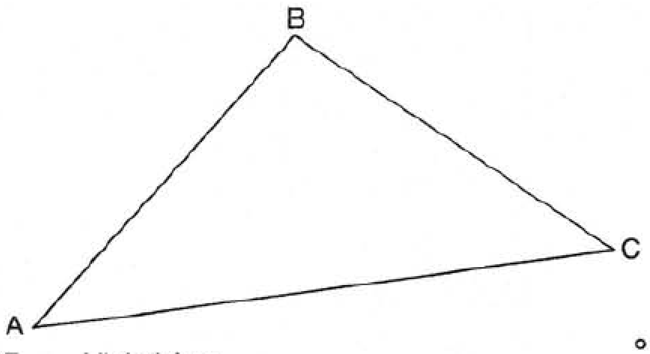
Hældning =

Længde af stål-wire =



Facit: 2,29 3,8 4,9 11,1 18 20,02 21,8 42 64 72

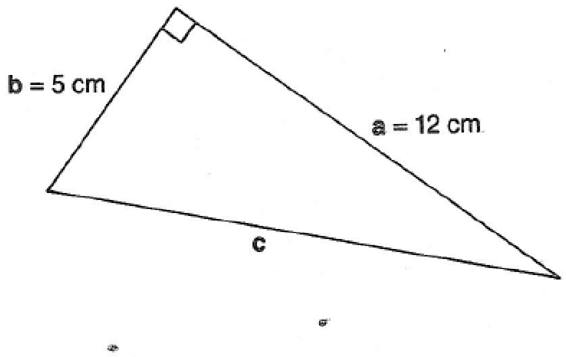
Opgave 25: Færdighedsregning



17. Vinkel A er ______________ °

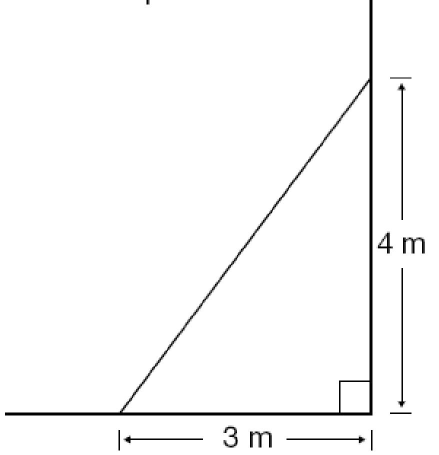
18. Tegn vinkelhalveringslinjen til vinkel A.

19. Tegn en højde i trekant ABC.



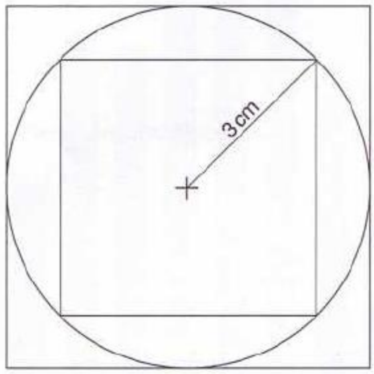
42. Længden af c er ______________ cm

En stige står lænet skråt op ad en mur.



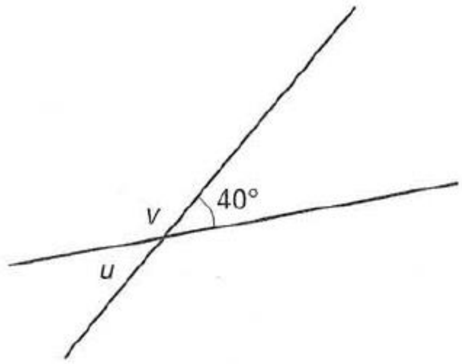
Skitse

48. Stigen er ______________________ m lang



49. Arealet af det mindste kvadrat er ______________ cm^2

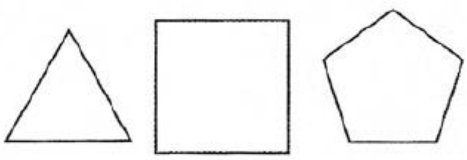
50. Arealet af det største kvadrat er ______________ cm^2



44. Vinkel *v* kan beregnes med regneudtrykket

____

45. Vinkel *u* er ______________ °



____

32. Tegn den næste figur

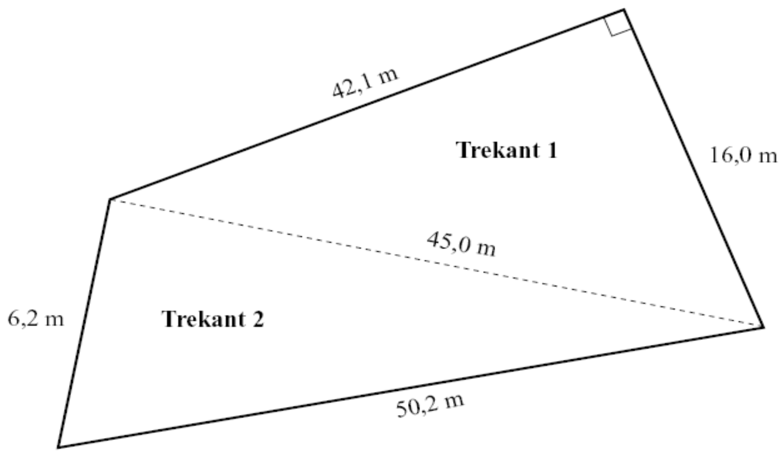
Facit: 5 13 15 18 36 40 40 44 140

Ekstra Opgaver 11: Problemregning fra FSA 2008 december

3 Opdeling i trekanter

John vil dyrke grøntsager og har lejet et jordstykke af sin nabo.
Han har sammen med naboen målt jordstykket op og tegnet
en skitse.

På skitsen er jordstykket opdelt i to trekanter: **Trekant 1** og **Trekant 2.**



Skitse af jordstykket

Arealet af **Trekant 2** er 80,2 m^2.

3.1 Vis, at arealet af hele jordstykket er 417 m^2.

3.2 Undersøg, om **Trekant 2** er retvinklet.

Prisen for leje af jordstykket er 0,25 kr. pr. kvadratmeter om året.

3.3 Hvor meget skal John betale om året for at leje jordstykket?

John dyrker kartofler på ca. 35 % af jordstykket.

3.4 Hvor stort et areal dyrker John kartofler på?

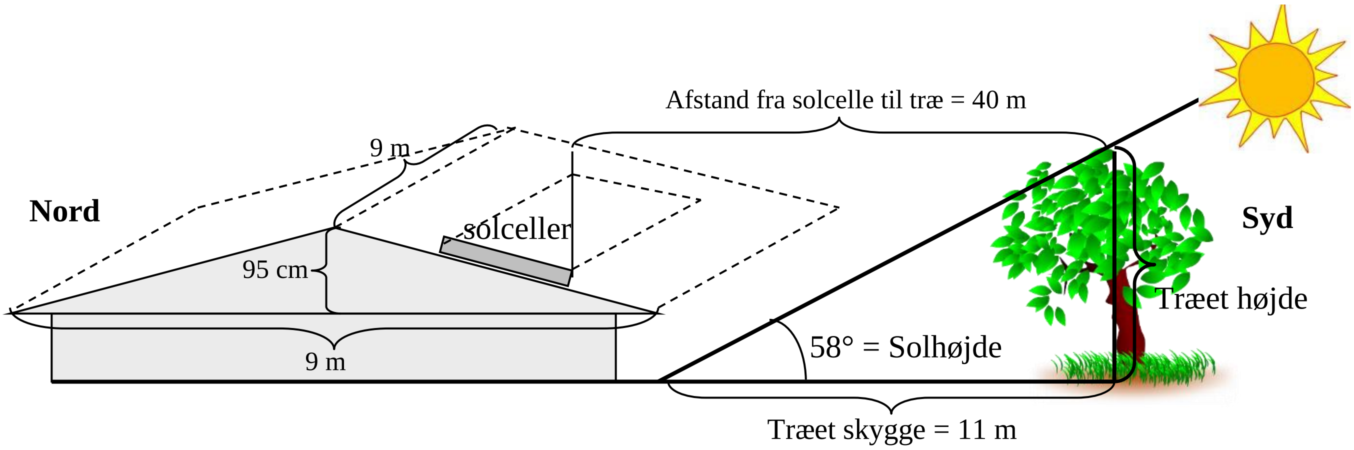
Når man dyrker kartofler, kan man regne med at høste ca. 38 ton pr. hektar.

3.5 Hvor mange kilogram kartofler kan John forvente at høste?

En person spiser i gennemsnit ca. 60 kg kartofler om året.
Johns familie består af 5 personer.

3.6 Undersøg, om John kan høste kartofler nok til 5 personers årlige forbrug.

Facit: 88 104,25 132 146 230 300 554,8



Mundtlig Matematik: Solceller er *"talk of the town"* - alle vil have dem på deres tag - alle får dem - og nu også dig! Men er det nu en god ide? Du skal undersøge mulighederne for, at opsætte solceller på dit tag ud fra informationerne på denne side! I den forbindelse kan du bl.a. undersøge:

- *Er din taghældning god nok til solceller & er der plads til solcellerne på taget?*
- *Hvilket solcelletilbud bør man vælge?(hvilken tjener sig hurtigst ind og giver flest penge)*
- *Vil træet der står tæt på huset skygge for solcellerne?*

Solcelle tilbud:

Tilbuddet du har fået er på en lille pakke med 10 solpaneler og en stor med 20 med en garanti på 25 år! Hvert panel måler 1.050 mm * 1.500 mm og kan producere strøm, som du kan sælge til elselskabet for 2 kr pr kWh (kWh = enhed for strømforbrug).

- Lille Pakke på 10 stk solceller: pris = 66.000 kr, Produktion = 3.200 kWh/år
- Stor Pakke på 20 stk solceller: pris = 124.000 kr, Produktion = 6.600 kWh/år

Hældning	Effekt
0°	86 %
5°	90 %
10°	93 %
15°	95 %
20°	97 %
25°	99 %
30°	100 %

Solcellers effektivitet & taghældning:

Solceller fungerer bedst på et sydvendt tag og med en taghældning på 30°! Hvis hældningen bliver mindre producere solcellerne mindre energi! Hvis de maximalt kan producere 1.000 kWh pr år og taghældningen er 15° vil de levere 95 % af de 1.000 kWh altså 950 kWh! (se tabel for effekt)

Solcellers effektivitet & skygge:

Solceller fungerer ikke hvis dele af panelet er dækket af skygge fra f.eks. et træ! Solhøjden på figuren på 58° er målt ved Sankt Hans kl 13 dvs. at solhøjden ikke kan bliver højere! I følgende tabel er solhøjden målt til d.21 hver måned kl 12-13! Solcellerne producere mest i sommerhalvåret!

d.21 kl 12-13	**Dec**	**Jan**	**Feb**	**Mar**	**Apr**	**Maj**	**Jun**	**Jul**	**Aug**	**Sep**	**Okt**	**Nov**
Solhøjde	11°	15°	24°	**35°**	**46°**	**55°**	**58°**	**55°**	**46°**	**35°**	24°	14°
Dagslængde time	7 t	8 t	10 t	12 t	14,5 t	16,5 t	17,5	16,5	14,5 t	12 t	10 t	8 t