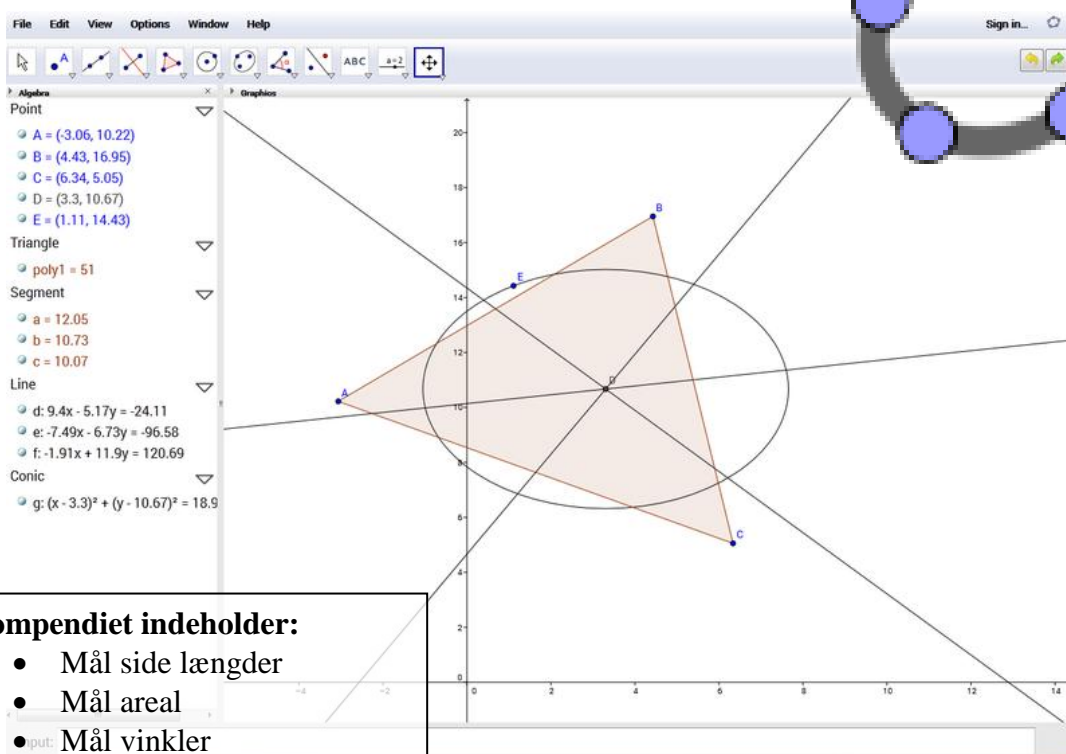


Navn: _____ Klasse: _____

Matematik Opgave Kompendium

Geogebra Begynder Kursus



Kompendiet indeholder:

- Mål side længder
- Mål areal
- put: Mål vinkler
- Vinkelhalveringslinje
- Indskrevne cirkel
- Midt normal
- Omskrevne cirkel
- Trekant konstruktion:
 - Retvinklet trekant
 - 1 side 2 vinkler
 - 2 sider 1 vinkel
- Problemløsning
- Eksportering:
 - Til Word
 - Målestokstegning
- Ekstra opgaver

Opgaver: 10

Ekstra: 5

Geogebra er et program som kan følgende:

- Tegne geometriske figurer
- Tegne rumlige geometriske former
- Tegne grafer.
- Lave diagrammer (bl.a. boksplot)

I dette kursus vil vi først se nærmere på hvordan man kan tegne og måle sider og vinklerne på figurer i Geogebra.

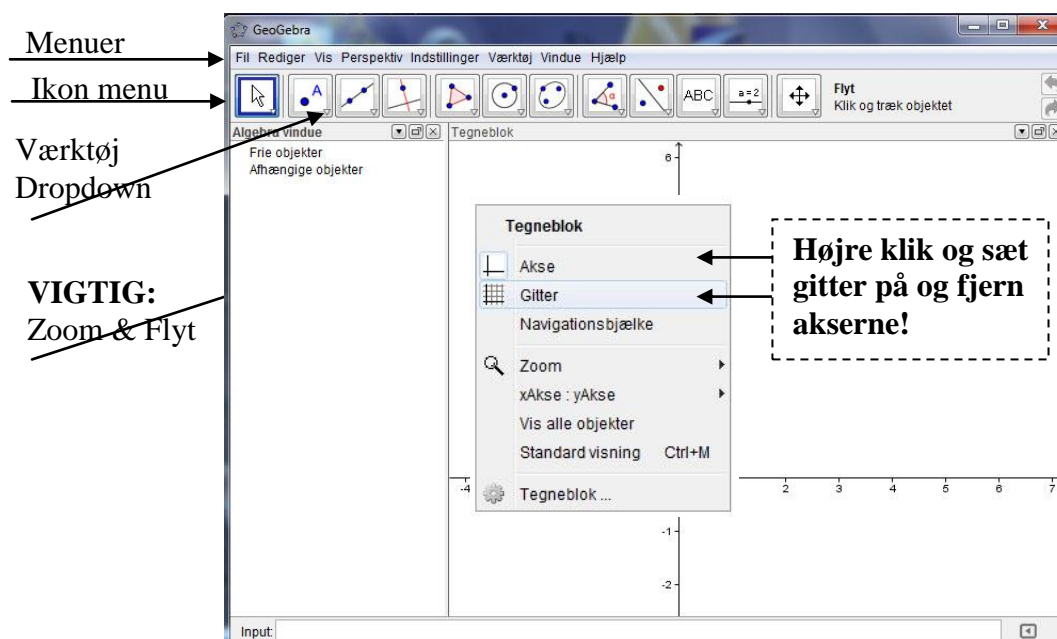
Hvor kan jeg få Geogebra:

Geogebra er gratis og kan hentes <http://www.geogebra.org/> - under download. Programmet er skrevet i java så derfor kan man blive bedt om at installere java! Det kan også være at programmet allerede er installeret på computeren i så tilfælde skal du kigge geogebra logoet!

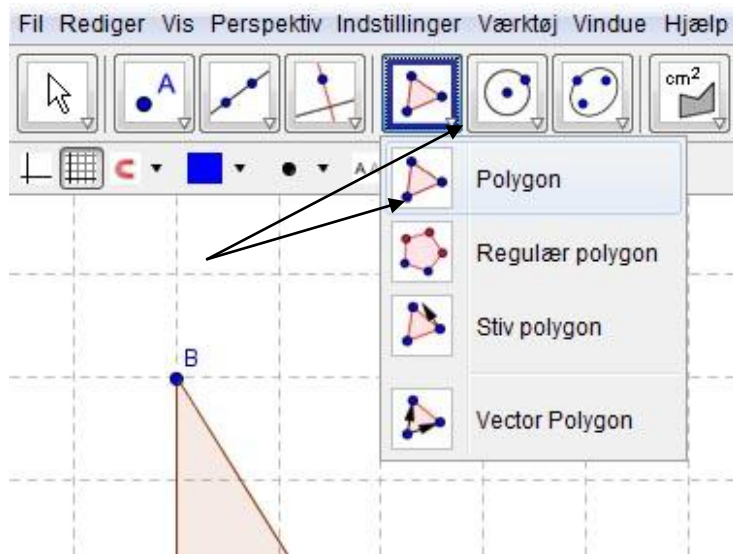
NB: til win8 brugere skal man vælge at installere programmet i stedet for app'en!

Programmets opbygning:

- Øverst ses menuerne. Her menuen værktøj specielt interessant.
- Ikon menu: Her kan man finde de mest anvendte værktøjer.
- Værktøj dropdown: Ved at klikke her kan man vælge imellem flere værktøjer.



Hvis hjælpen i dette dokument ikke er nok => <http://ggbkursus.dk/>



Polygoner:

Figurer med flere kanter kaldes ofte for polygoner.

- Poly = mange på latin
- gon = kant.

Et pentagon er derfor en femkant, hexagon sekskant (hepta=7, octa=8, nova=9, deca=10)

At lave en vilkårlig trekant i Geogebra:

I denne opgave skal vi se på hvor nemt man selv kan lave en trekant af tilfældig form.

- **Nr 1:** Vælg polygon ikonet

Før man er parat til at tegne en tilfældig/vilkårlig trekant skal man vælge 5 ikon i ikon menuen.

- **Nr 2:** Afsæt de 3 kanter/punkter

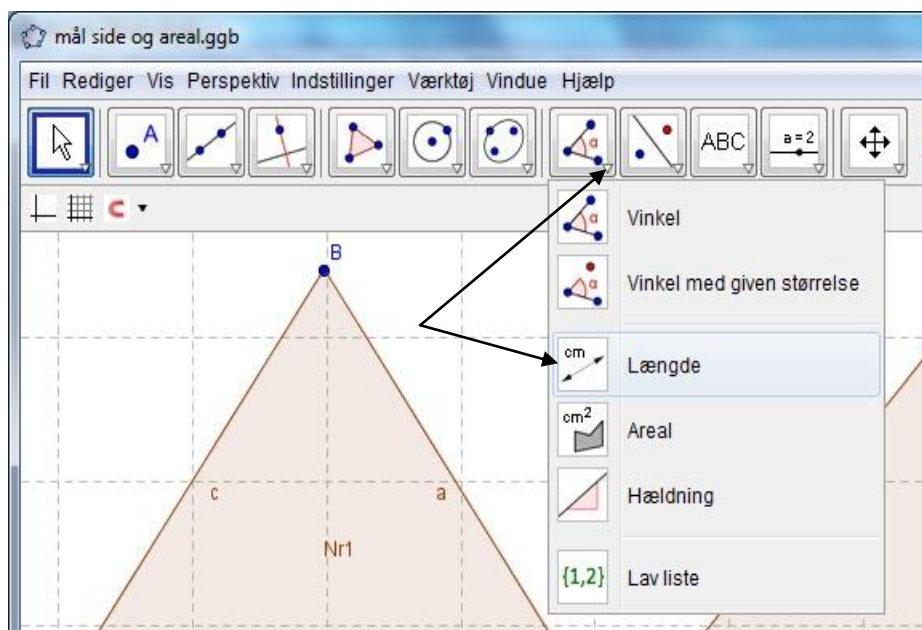
Herefter kan man klikke de steder de 3 kanter skal være.

- **Nr 3:** Afslut figuren

Man skulle tro at Geogebra selv regnede ud, at du vil lave en trekant ud af de 3 kanter. Men en computer er ikke tankelæser - og det værktøj vi bruger kan man lave alle former for figurer med f.eks. firkanter, femkanter osv. For at fortælle geogebra, at der ikke er flere kanter i figuren skal man klikke tilbage på det første punkt man afsatte i trekanten. Herefter kommer trekanten.

NB: Hvis man vil lave en firkant skal man blot sætte fire punkter og så klikke på det første punkt man afsatte.

Opgave 1: Lav 3 tilfældige trekanter i et tomt Geogebra dokument! Dette dokument skal gemmes et sikkert sted på computeren da det bliver til en aflevering senere! Vælg "gem som" under *fil* i menuen!



At måle længder i Figurer i Geogebra:

I denne opgave skal vi se på hvor nemt man kan måle længden af siderne i en figur uden overhovedet at have fundet en lineal frem!!

- **Nr: 1:** Vælg det rigtige værktøj

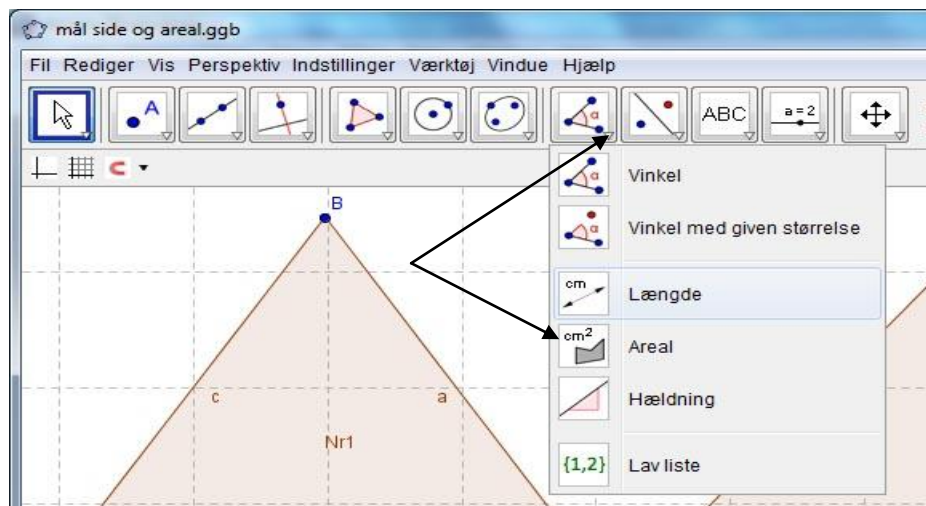
For at kunne måle længderne på alle figurenes sider skal vi først vælge det rigtige værktøj i ikon menuen! Klik nederst i hjørnet på ikon nr 8 fra venstre. Herved får man en dropdown menu og her skal du vælge ikonet: Længde (se billede)

- **Nr 2:** Mål længderne på siderne

For at måle en længde på en side i en figur klikker du blot på de kanter linjen ligger imellem. Herefter skulle Geogebra gerne skrive hvor lang siden er!

NB: Du bemærker måske at programmet skriver f.eks. 3.45 for en længde og ikke 3,45 - Det er fordi det er et amerikansk program og i USA bruger man . i stedet for , .

Opgave 2: Mål længden af siderne i alle 3 trekanter fra opgave 1.



At måle arealerne af figurer i Geogebra:

I denne opgave skal vi se på hvor nemt det er at beregne arealet af hvilken som helst figur uden lineal og lommeregner!

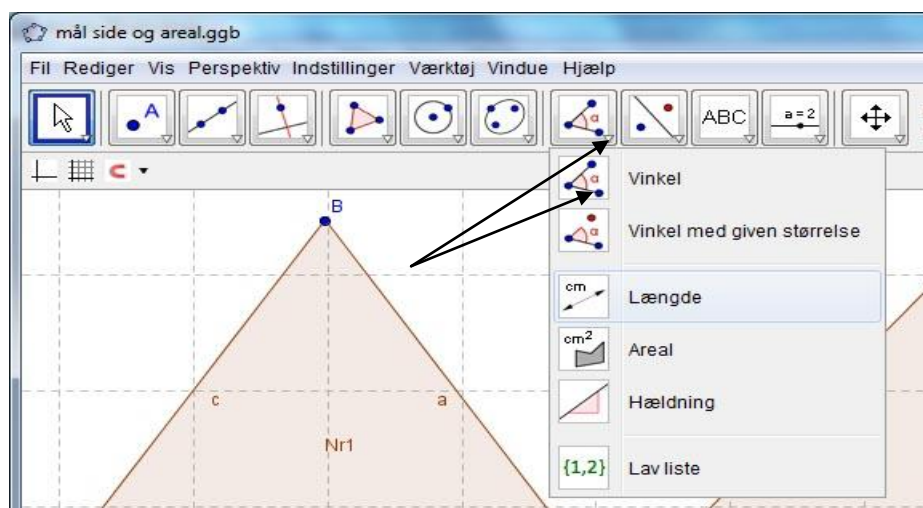
- **Nr 1:** Vælg areal værktøjet

Vi skal igen have fat i ikon nr 8 fra Venstre og vælge dropdown menuen. Herefter skal man ikke vælge længde men areal ikonet! (se billede!)

- **Nr 2:** Mål arealerne

For at måle arealet af en figur klikker du blot et eller andet sted på figuren så kommer arealet automatisk!

Opgave 3: Mål arealerne af trekanterne fra forrige opgave!



At måle vinklerne i Geogebra:

I denne opgave skal vi se på hvor nemt det er, at måle vinklerne i figurerne uden overhovedet, at bruge en vinkelmåler!

- **Nr 1:** Vælg vinkelmåler værktøjet

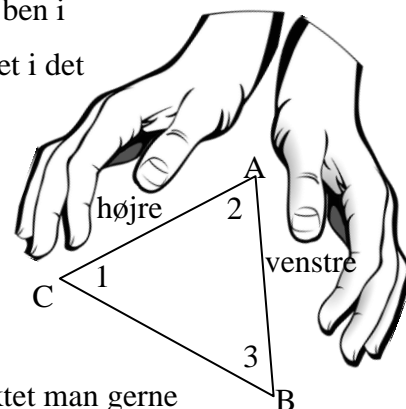
Vi skal igen have fat i ikon nr 8 fra Venstre og vælge dropdown menuen. Herefter skal man vælge det første ikon (vinkel).

- **Nr 2:** Mål vinklerne

At måle vinklen er lidt mere besværligt end de andre ting. I geogebra's verden er der nemlig mange flere vinklerne end 3 i en trekant. Derfor skal man vælge de 3 punkter i vinklen der udgør den. Man starter altid med at klikke på punktet i det højre ben i vinklen, derefter punktet i selve vinkelspidsen, og til sidst punktet i det venstre ben.

Okay lad os tag et eksempel - vi vil gerne måle vinkel A:

- Klik på punkt/kant C (højre ben)
- Klik på punkt/kant A (vinkel spids -den vi vil måle)
- Klik på punkt/kant B (venstre ben)

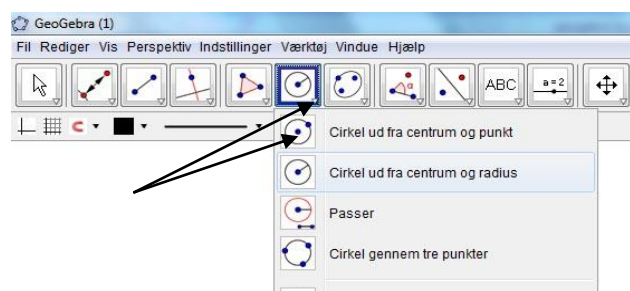
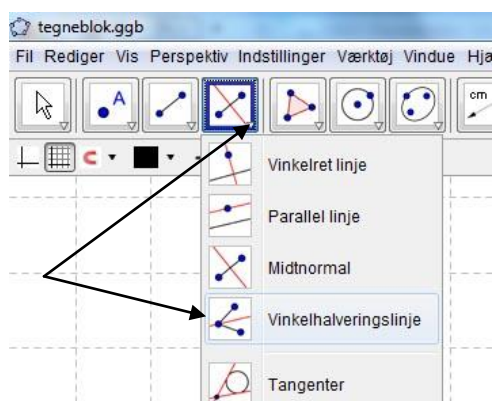
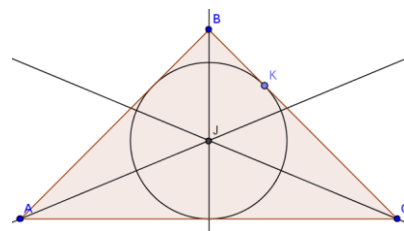


En god huskeregel er at man skal forestille sig at man står i punktet man gerne vil måle vinklen på! Her skal man klikke på punktet højre for først!

Opgave 4: Mål alle vinklerne i de 3 trekanter der blev tegnet i opgave 1

Den indskrevne cirkel i en trekant:

Den cirkel som nøjagtigt skærer alle 3 sider i en trekant kaldes for trekantens indskrevne cirkel (se billede). Centrum for denne cirkel findes ved at tegne vinkelhalveringslinjerne for alle 3 kanter! Der hvor vinkelhalveringslinjerne skærer hinanden er centrum for den indskrevne cirkel!



At lave en indskreven cirkel i Geogebra:

I denne opgave skal vi se på hvordan man nemt kan tegne den indskrevne cirkel til en trekant.

- **Nr 1:** Vinkelhalveringslinjen

Når man skal tegne den indskrevne cirkel skal man tegne vinkelhalveringslinjerne for hver kant i trekanten. I hånden kan dette være svært men i geogebra er der et værktøj til at tegne vinkelhalveringslinjen. Dette findes under 4 ikon i ikonmenuen hvorefter man vælger vinkelhalveringslinje. Fremgangsmåden for at afsætte en vinkelhalveringslinje for en kant er den samme som hvis man ønskede at aflæse dens vinkel!

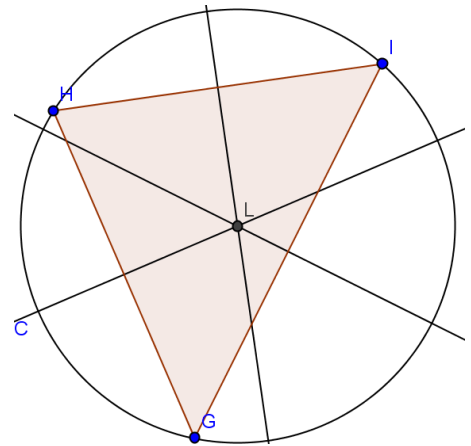
- **Nr 2:** Centrum & Cirkel

Der hvor de 3 vinkelhalveringslinjer skærer hinanden findes centrum for cirklen. Find da cirkelværktøjet frem under ikon nr 6 og brug: *cirkel ud fra centrum og punkt!*

Opgave 5: Tegn den indskrevne cirkel til de 3 trekanter!

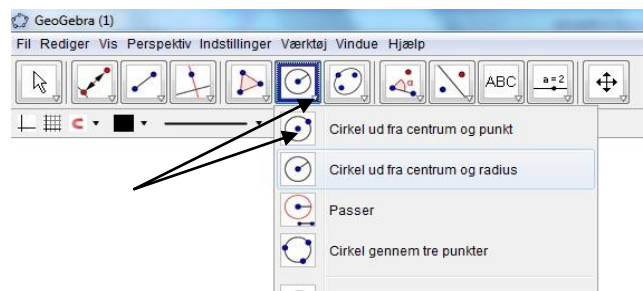
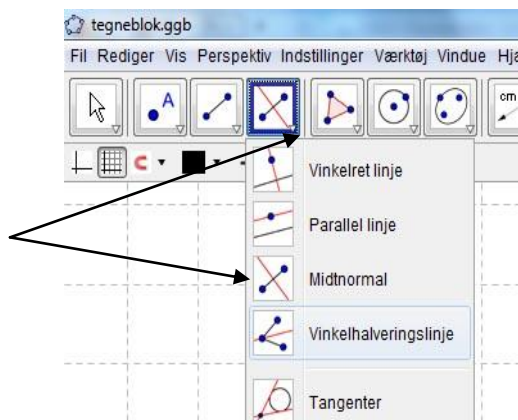
Den omskrevne cirkel:

Den cirkel som netop går igennem de 3 kanter i trekanten kaldes for den omskrevne cirkel! Centrum for den omskrevne cirkel findes ved at tegne midt normalen for hver af siderne i trekanten!



Midt normal:

En midtnormal er en linje der står vinkelret på i midtpunktet af en linje!



At lave en indskreven cirkel i Geogebra:

I denne opgave skal vi se på hvordan man nemt kan tegne den omskrevne cirkel til en trekant.

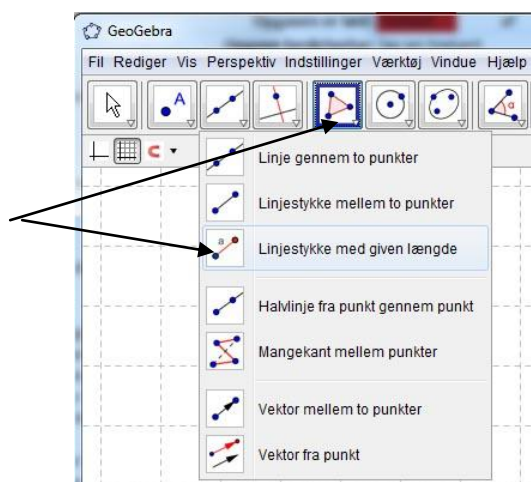
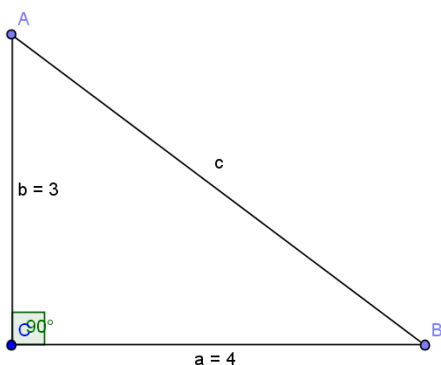
- **Nr 1: Midtnormalerne**

Når man skal tegne den omskrevne cirkel skal man tegne midt normalerne til hver side i trekanten. Dette findes under 4 ikon i ikonmenuen hvorefter man vælger *Midtnormal*.

- **Nr 2: Centrum & Cirkel**

Der hvor de 3 midtnormaler skærer hinanden findes centrum for cirklen. Find da cirkelværktøjet frem under ikon nr 6 og brug: *cirkel ud fra centrum og punkt!*

Opgave 6: Tegn den omskrevne cirkel til de 3 trekanter!



En retvinklet trekant:

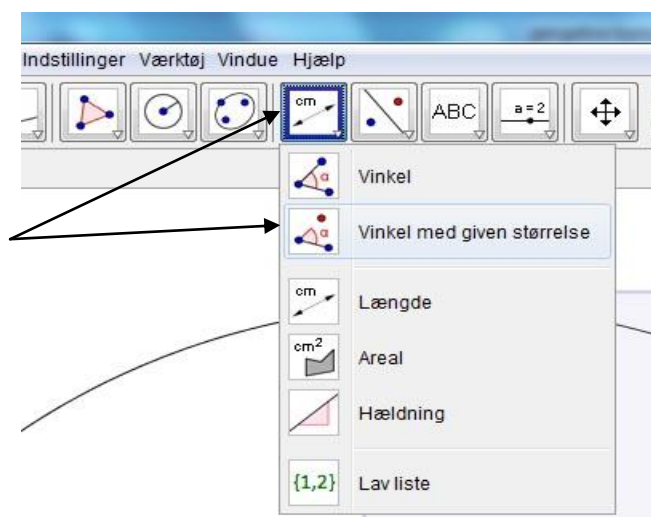
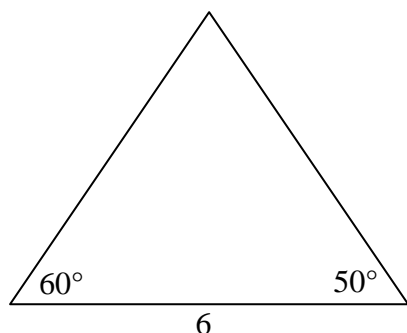
I en retvinklet trekant er en af vinklerne 90° (grader).

De to sider der danner den rette vinkel kaldes *kateter* (a & b) mens den tredje og længste side kaldes hypotenusen (c). Man kalder altid den rette vinkel for vinkel C og den side der er overfor er altid c! De andre 2 vinkler i trekanten kaldes A og B og de modstående sider tilsvarende a & b.

At tegne en retvinklet trekant udfra kateterne!

- **Nr 1:** Vælg det rigtige værktøj .
Vi har brug for et værktøj hvor man kan bestemme den nøjagtige længde af en given linje. Dette værktøj findes ud for 3 ikon på ikon menuen. Vælg dropdown menuen og selekter her: *Linjestykke med given længde*. (se billede)
- **Nr 2:** Afsæt den første linje (katete a)
Klik et sted på tegnepapiret hvor trekanten skal starte og indtast herefter længden af strengen f.eks. 3 cm. Den streg geogebra laver er altid vandret.
- **Nr 3:** Afsæt næste linje (katete b)
Vi skal nu lave den næste linje på f.eks 4 cm. Her gør vi det samme som i nr 3. Den linje Geogebra laver er imidlertid vandret og eftersom vi skal lave en vinkelret trekant skal vi have denne linje til at stå vinkelret på den første linje. Måden man drejer linjen er ved, at vælge flyt pilen (første ikon på ikon menuen). Herefter kan man trække linjen op!
- **Nr 4:** At tegne hypotenusen.
Nu skulle der gerne være 3 punkter - men den sidste linje hypotenusen mangler. Vi skal altså have forbundet de sidste 2 punkter i trekanten og til dette vælger man værktøjet: *Linjestykke mellem to punkter* (som findes ovenover det andet)

Opgave 7: Lav en retvinklet trekant hvor kateterne (sider i rette vinkel) er 3 & 4, en ned kateterne 6 & 8 samt en med kateterne 5 & 12. Mål længden af hypotenuserne i de 3 trekanter! Tegn trekanterne ved siden af de andre 3 fra opgave 1 til 6 (brug flyt værktøj!)



At lave en vilkårlig trekant ud fra en linje og 2 vinkler:

I denne opgave skal vi se på hvordan man kan konstruere en trekant hvis man kender længden af grundlinjen og 2 af vinklerne. Som noget nyt skal vi derfor lære at afsætte vinkler i geogebra!

- **Nr 1:** Lav en side med bestemt længde

Vi starter med at lave en linje med bestemt længde (se forrige opgaver)

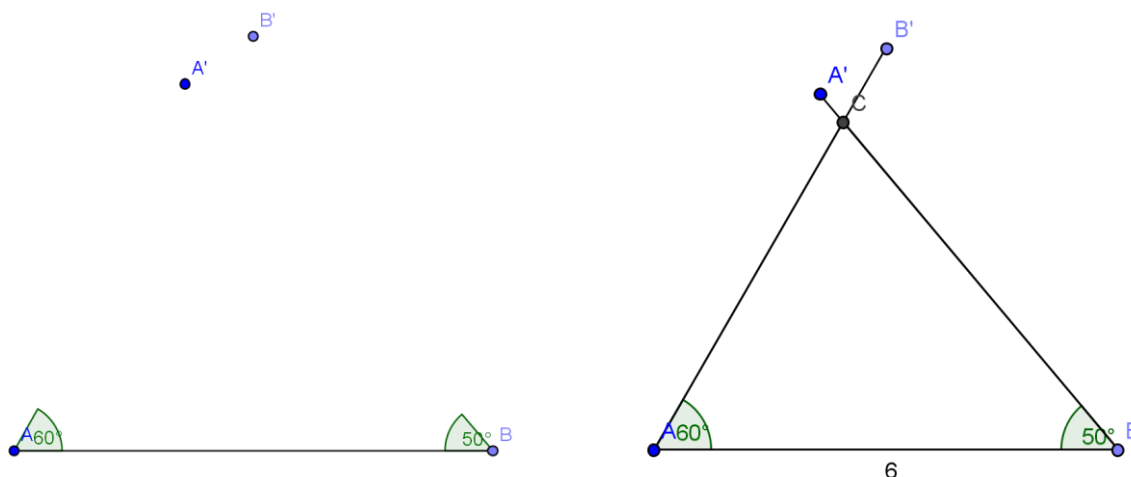
- **Nr 2:** Afsæt en vinkel med bestemt størrelse.

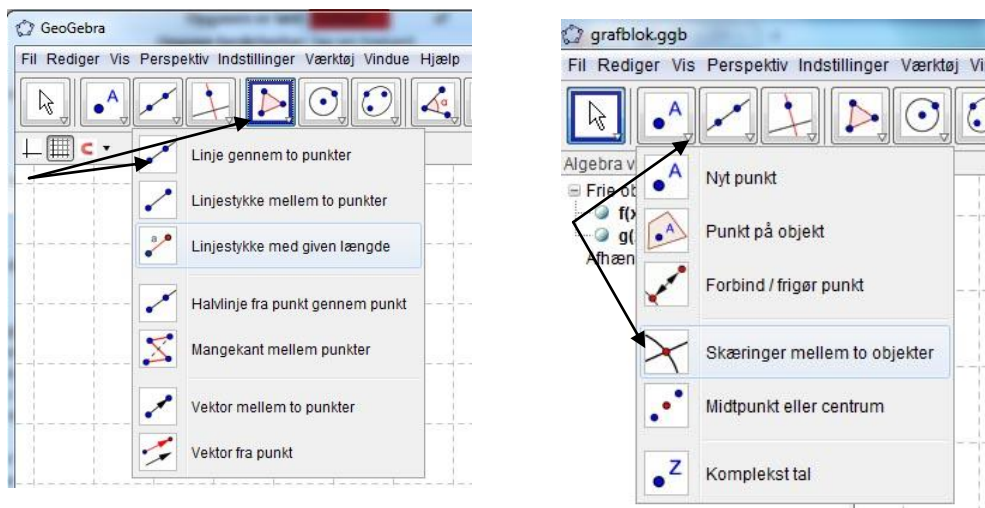
Vi skal nu bruge et nyt værktøj som findes under ikon nr 8 i ikon menuen. Klik på dropdown menuen og vælg *vinkel med given størrelse* (se billede).

Vi skal prøve at afsætte en vinkel på 60 grader med vinkelspids i A. For at gøre dette skal man starte med højre ben og trykke i B og derefter A. Herefter spørg programmet hvor stor vinklen skal være. Her skrives 60 og da vinklen skal gå opad vælges mod uret!

- **Nr 3:** Afsæt den anden vinkel vi kender i trekanten

Vi skal gøre det samme igen blot modsat. Dvs. vi skal lave en vinkel i B og starter derfor med at klikke på højre ben altså A og derefter vinkelspidsen B. Denne gang sættes vinklen til 50 grader og istedet for mod uret vælges med uret (ellers kommer vinklen til at ligge på den forkerte side). Når du er færdig skulle det gerne se ud som på figuren til højre!



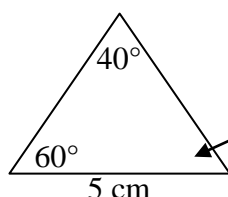
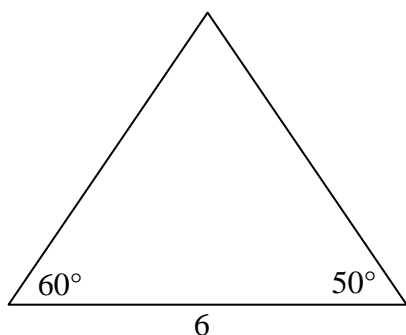


- Nr 4:** At finde den sidste kant i trekanten

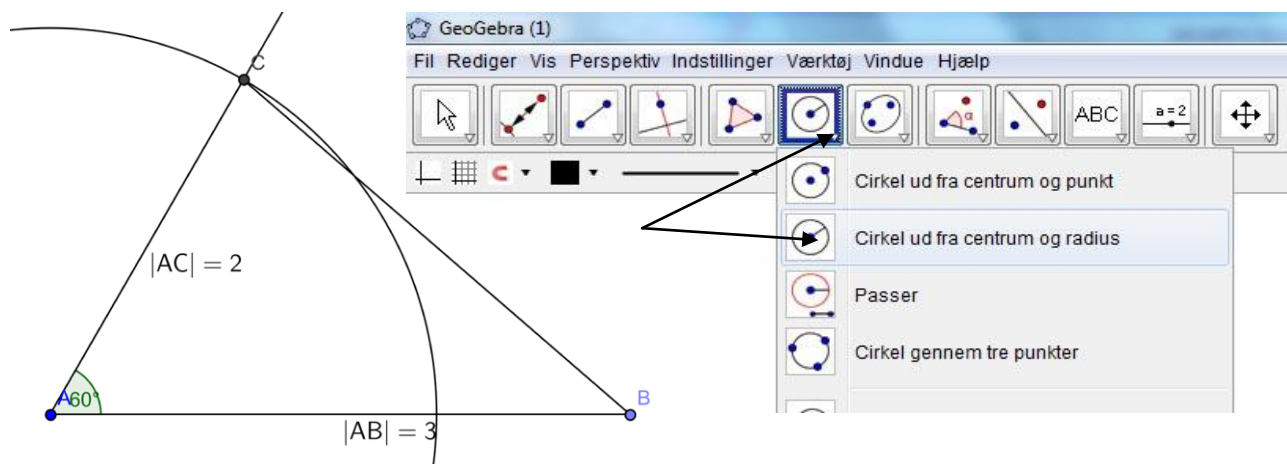
Der hvor de to vinkler skærer hinanden må den sidste kant i trekanten være. Derfor lægger vi en ny linje imellem B' og A samt A' og B. En ny linje laves ved at vælge det 3 ikon i ikonmenuen og vælge *linjestykke gennem to punkter*.
- Nr 5:** Af finde 2 linjers skæringspunkt

Skæringen imellem de to punkter kan vi få Geogebra til at finde ved at bruge værktøjet skæring mellem to objekter som findes i ikonmenu 3! Man skal klikke på de 2 linjer så sætter den selv punktet ind!

Opgave 8: Konstruer de 2 trekanter nedenfor i Geogebra - mål alle sider og vinkler i trekantene!



Vinklen kan jo beregnes ud fra vinkelsummen!



At lave en vilkårlig trekant ud fra 2 linjer og 1 vinkel:

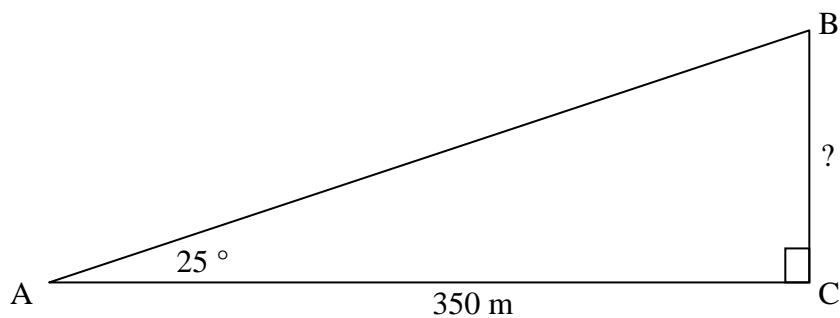
I denne opgave skal vi se på hvordan man kan konstruere en trekant hvis man kender 2 af længderne og en vinkel. Som noget nyt skal vi derfor lære at bruge cirkler som en passer i geogebra.

- **Nr 1:** Lav en side med bestemt længde
Vi starter med at afsætte den første linje med en længde på 3.
- **Nr 2:** Afsæt en vinkel med bestemt størrelse.
Vi afsætter nu en vinkel på 60 i punkt A. Det har vi lige gjort i forrige opgave!
- **Nr 3:** Vinkellinjen
Vi ved at den sidste kant i trekanten må ligge et eller andet sted på venstre vinkelben og at den ligger 2 cm oppe. Først laver vi en linje fra B' til A ved at bruge værktøjet: *linjestykket mellem 2 punkter*.
- **Nr 4:** En cirkel i A
Vi ved at den sidste kant i trekanten må ligge 2 cm op ad den linje vi tegnede i nr 4. For at finde dette punkt kan man lave en cirkel med centrum i A og med radiussen 2 cm. Vi finder ikon nr 6 på ikon menuen og vælger *cirkel ud fra centrum og radius*. Der hvor cirklen skærer linjen er den sidste kant i trekanten.
- **Nr 5:** Find skæringspunktet imellem cirklen og linjen!
Skæringen imellem cirklen og linjen kan vi få Geogebra til at finde ved at bruge værktøjet skæring mellem to objekter som findes i ikonmenu 3! Man skal klikke på de 2 objekter!
- **Nr 6:** Afsæt linjer i trekanten
Vi kender nu alle kanter i trekanten og kan lave de sidste to linjer i den!

Opgave 9: Konstruer trekanten ovenfor i Geogebra dokumentet - mål alle sider & vinkler i den!



Opgave 10: En gruppe elever har markeret et areal på en mark som har form som en retvinklet trekant! Hvorfor ved de ikke - det var en fjollet ide deres matematik lærer fik! Trekanten kan ses nedenfor!



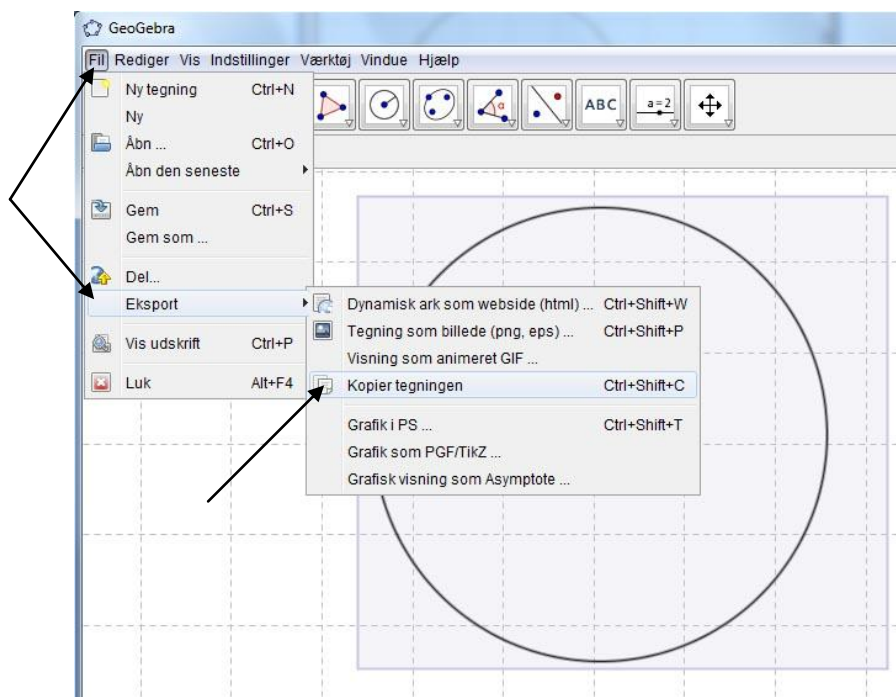
Eleverne skal svare på følgende for dem ligegyldige spørgsmål:

- Hvor langt er stykket imellem B og C i trekanten?
- Hvad er trekantens areal!

Tegn trekanten i Geogebra dokumentet og find BC samt trekantens areal!

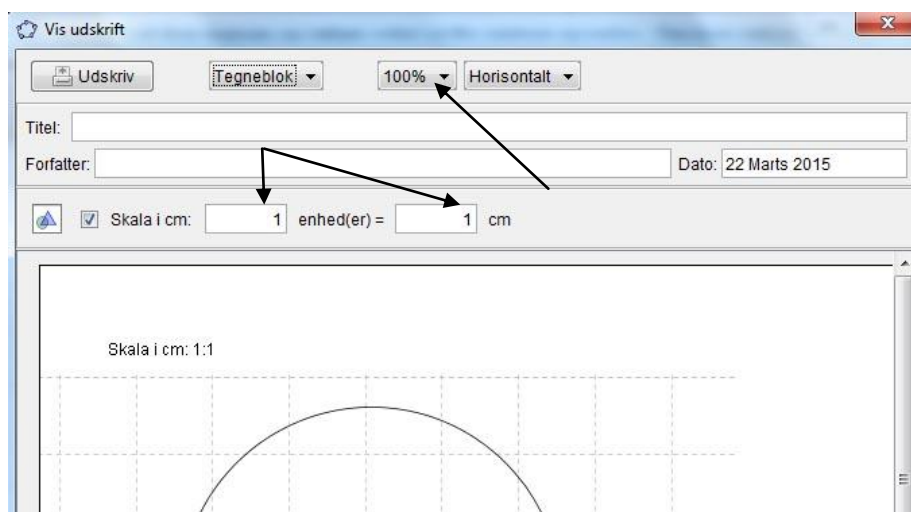
Fra geogebra til et andet program (f.eks Word dokument)

- **Nr 1:** Marker tegningen/figuren
- **Nr 2:** Vælger Fil->Eksport->Kopier Tegningen
- **Nr 3:** Gå ind i dit dokument f.eks. et Word dokument og tryk CTRL-V



Print et geogebra dokument i målestoksforhold:

- **Nr 1:** Marker område som skal printes!
- **Nr 2:** Vælges i menuen fil->Vis udskrift!
- **Nr 3:** Ændre scaling fra 75 % til 100 %!
- **Nr 4:** sæt skala i cam til et 1: 1 forhold - men hvis man ønsker at printe i forholdet 1:20 skrives 20 i feltet ”Skala i cm:”

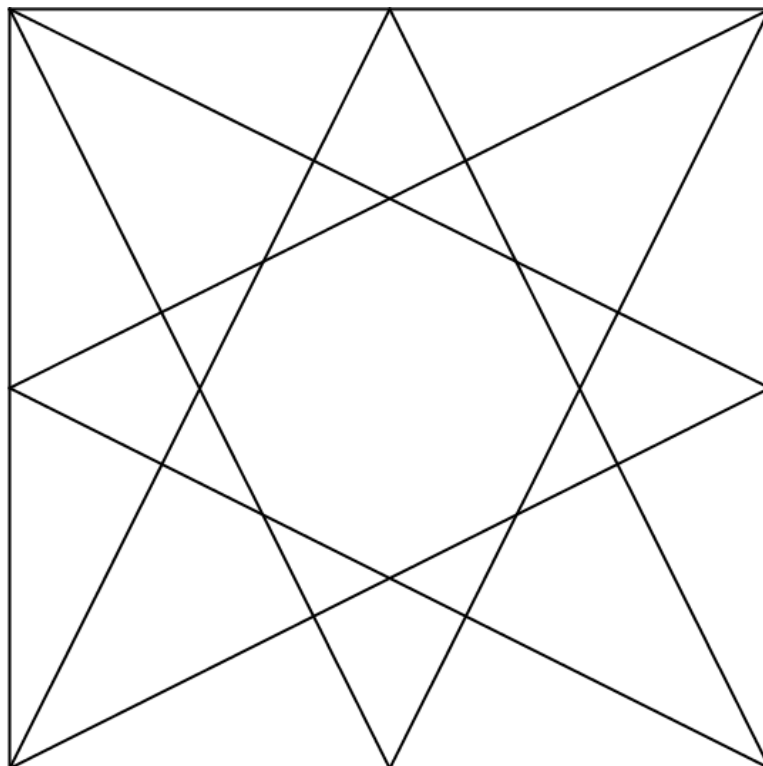


Prøv selv!

Ekstra Opgave 1: Tages Kvadrat

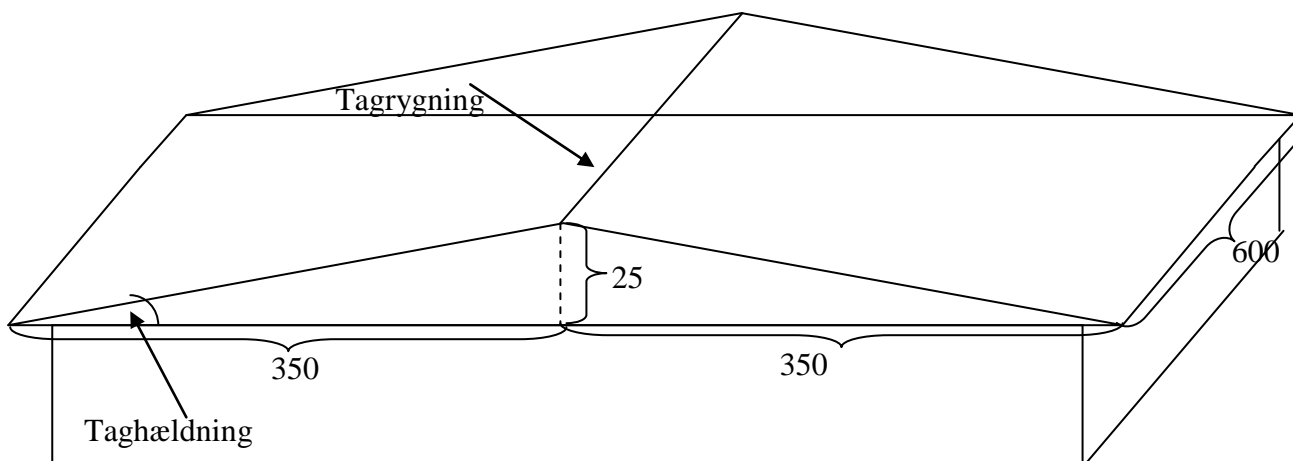
Den danske matematiker, Tage Werner, fandt på figuren, som ses herunder. Figuren kan laves ved:

- 1) at tegne et kvadrat,
- 2) markere midtpunkterne på kvadratets sider og
- 3) tegne linjestykker som vist herunder.



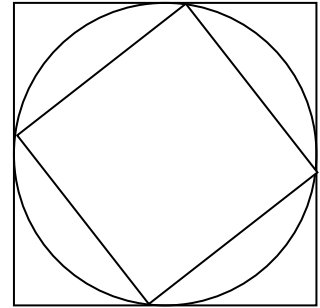
- a) Bestem længden af de længste linjestykker i kvadratet?
- b) Bestem vinklerne i kvadratet?

Ekstra Opgave 2: Find taghældningen på taget ved at tegne siden af taget ind i Geogebra!



Ekstra Opgave 3: Kvadrat & Cirkel

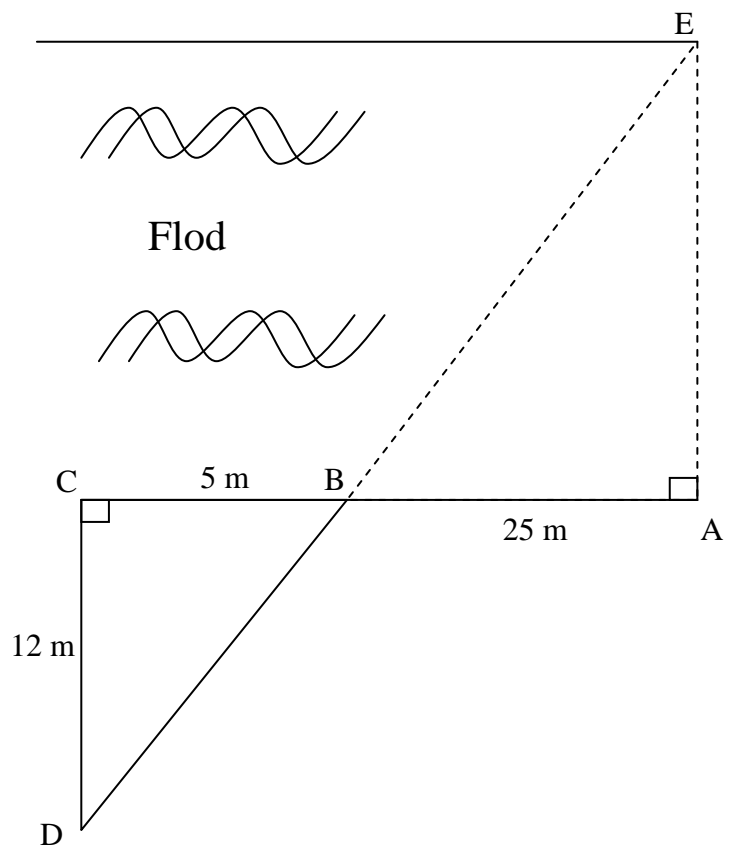
- Lav en kopi af tegningen ovenfor i Geogebra (vælg selv mål)
- Beregn arealet af det omskrevne kvadrat (yderst) når cirkelns radius er 20 cm
- Find ud af hvordan forholdet altid er imellem en cirkels omskrevne & indskrevne kvadrat



Ekstra Opgave 4: Floden

På figuren ses en flod og 2 trekanter!

- Tegn de 2 trekanter i Geogebra
- Er de 2 trekanter ligedannede?
- Hvor bred er floden $|AE|$?



Ekstra Opgave 5: Find x

Tegn skitsen til højre i geogebra og find x!

