

Navn: _____ Klasse: _____

Matematik Opgave Kompendium

Økonomi 2



SKAT



Kompendiet indeholder:

- Skatteberegninger
- Indkomst & SU & Fritidsjob
- Købmandsregning (salgspris)
- Momsberegninger
- Lån:
 - Afbetaling
 - Annuitetslån
 - Låneformer
- Opsparing
 - Rentesregning
 - Annuitetsopsparing
- Vækstberegninger
- Obligationer & Aktier
- Økonomiske bobler
- Samfundsøkonomi

Opgaver: 20

Ekstra: 8

Mundtlig: 5

Point: _____

Hvorfor skal man betale skat?

Hvert år bruger den danske stat en masse penge på børnehaver, plejehjem, hospitaler, politi, nye veje, fængsler, dagpenge, barsel, bistandsløn, børnepenge og andre goder. Skoler er også betalt af staten – endda privatskoler modtager penge fra staten hvilket er hen ved 31.000 kr pr elev pr år.

I 2010 kostede alle disse ting staten 667 mia kr, og da man ikke bare kan trykke nogle flere penge for at betale med (giver inflation), så må pengene komme et andet sted fra. Et af de steder staten kan skaffe penge er fra borgerne i samfundet. Som borger skal man betale en del af sin indkomst til staten hvilket man kalder for skat.

I Danmark skal man betale meget i skat af det man tjener i forhold til mange andre lande f.eks. Tyskland, USA, Rusland. Til gengæld er der også en del goder som er gratis i Danmark. F.eks. koster det ikke noget at tage en uddannelse og mens man gør får man også penge nemlig SU så man kan koncentrere sig om studiet. I mange andre lande må studerende have fuldtidsjob ved siden af studiet for at kunne overleve.

Skattesmæk & Penge tilbage i skat:

Skat er noget underligt noget for man kan egentlig selv bestemme hvad man vil betale i skat i løbet af året. Det indberetter man selv til skat i det som kaldes selvangivelsen/forskudsopgørelsen i starten af året. Når så året er gået samler skat alle informationer fra bankerne og virksomhederne for at få et samlet overblik over hvad den enkelte borger har tjent. Hvis man har tjent mere end hvad man har opgivet i sin selvangivelse har man betalt for lidt i skat. Det resulterer i at man får et skattesmæk og skylder penge til staten. Omvendt kan det også ske at man har tjent mindre end forventet og har derfor betalt for meget i skat og får penge tilbage. Dvs. staten skylder en penge.

Beregning af skat (et eksempel):

Anna arbejder på en cafe i indre by. I sidste måned har hun arbejdet 60 timer til en timeløn på 100 kr/timen. Anna får kun det som kaldes mindstelønnen for borgere over 18 år (under ca. 60 kr/t):

$$\text{Månedsløn} = 60 \text{ timer} * 100 \text{ kr/timen} = 6.000 \text{ kr/måned}$$

Anne får ikke udbetalt 6.000 kr for hun skal jo betale skat af dem. Den første skat hun skal betale er arbejdsmarkedsbidraget også kaldt AM på lønsedlen.

AM (Arbejdsmarkedsbidrag):

Denne skat bruger staten på at betale dagpenge, efteruddannelse og orlov (barsel). Skatten er på 8 % af den skattepligtige indkomst. Dog skal man ikke betale AM bidrag af SU'en. Vi tager derfor 8 % af de 6.000 kr.

$$\text{AM bidrag} = \frac{(6.000 \text{ kr} * 8 \%)}{100} = 6.000 \text{ kr} * 0,08 = \underline{480 \text{ kr}}$$

Vi trækker nu de 480 kr fra de 6.000 kr

$$\text{Skattepligtig indkomst efter AM} = 6.000 \text{ kr} - 480 \text{ kr} = 5.520 \text{ kr.}$$

Frikort/Personfradrag:

Et fradrag er en del af indtægten som man ikke skal betale skat af. Det lyder lidt underligt men Anna må faktisk tjene 42.900 kr pr år som hun ikke skal betale skat af. Alt det hun tjener over de 42.900 kr skal hun så betale skat af. Dette fradrag fordeler skat ud over de 12 måneder der er i året:

$$\text{Personfradrag pr måned} = 42.900 \text{ kr} / 12 = 3.575 \text{ kr/måned.}$$

Dvs. det som Anna skal betale skat af er altså:

$$\text{Skattepligtig indkomst efter AM og fradrag} = 5.520 - 3.575 \text{ kr} = 1.945 \text{ kr}$$

Den næste skat der skal betales er A-skat og den findes vha. trækprocenten.

A-skat & Trækprocenten:

Trækprocenten er sammensat af følgende skatter:

- Sundhedsbidrag: 8 %
- Bundskat: 3,67 %
- Kommuneskat: 23,8 (i København – det varierer fra kommune til kommune)
- Kirkeskat: 0,7 % (betales kun hvis man er medlem af folkekirken og varierer også)

Det giver en samlet trækprocent på ca. 36 % og trækprocenten tages af lønnen bliver det A-skatten:

$$\text{A-skat} = 1.945 * 0,36 = \underline{700 \text{ kr}}$$

Til udbetaling må der så være resten plus det personlige fradrag på 3.575 kr:

$$\text{Løn efter skat} = 6.000 - 480 - 700 \text{ kr} = \underline{4.820 \text{ kr}}$$

En samlet skatte formel:

Hvad har vi gjort for at beregne lønnen når skatten er trukket:

- AM bidraget blev fratrukket lønnen. Dvs. vi trak 8 % fra lønnen = $100 - 8 \% = 92 \%$.
- Fradraget blev fratrukket det resterende beløb efter AM bidraget.
- A-skat blev fratrukket = $(100 \% - \text{trækprocent}) / 100 = 1 - \text{trækprocent}/100$.
- Efter skat er trukket kan beløbet lægges sammen med fradraget.

Disse udregninger giver en samlet formel som følger:

$$\text{Løn efter skat} = (\text{løn} * 0,92 - \text{fradrag}) * \left(1 - \frac{\text{trækprocent}}{100}\right) + \text{fradrag}$$

Ligningen er lidt kompliceret så lad os prøve at gøre den simplere. Lad os indsætte nogle bogstaver i ligningen i stedet for løn = L, fradrag = F, Trækprocent/100 = T. Så fås

$$(L * 0,92 - F) * (1 - T) + F \quad (L * 0,92 = 0,92L)$$

$$(0,92L - F) * (1 - T) + F$$

Vi ganger $(1 - T)$ ind i parenteser:

$$(0,92L * (1 - T) - F * (1 - T)) + F$$

Prøv selv at reducer videre så du får udtrykket længere ned (**Hint:** sæt udenfor parentes):

Skriv her

$$0,92L * (1 - T) + FT$$

$$\text{Løn efter skat} = (0,92 * \text{løn} * \left(1 - \frac{\text{trækprocent}}{100}\right)) + \text{fradrag} * \left(\frac{\text{trækprocent}}{100}\right)$$

Fradrag & Gæld:

Fradraget er ikke ens for alle borgere i landet. Fradraget er som udgangspunkt 42.900 kr pr år men kan forhøjes hvis man har:

- Gæld: 33 % af renterne må man trække fra i skat. Dvs. hvis man har betalt 60.000 kr i renter kan man hæve sit fradrag med 20.000 kr.
- indbetaler til en pension.
- er medlem af fagforening.
- har en lang transport til arbejde (befordringsfradrag)

I 80'erne kunne man trække 75 % af renterne fra i skat. Dvs. det næsten ikke kunne betale sig ikke at have gæld. Dog skal det her nævnes at renten dengang var oppe over 10 % (hele 22 % i 1982).

Indkomstpligtig løn:

Mange tror at det kun er løn der skal betales skat af hvilket ikke er tilfældet. Mange glemmer at indkomst også kan være:

- Renter af penge i banken (derfor flytter nogle deres penge i skattely i udlandet)
- Aktie indtægter.
- Pension (altså når den udbetales når man er gået på pension)
- Arv (så man skal ikke regne med at arve sin forældres million-villa uden at betale noget)
- SU (ydelsen gives jo af staten hvorefter den tager en del af den tilbage. Det svare til at give en chokoladegave og æde halvdelen selv inden fødselaren får den)

$$\text{Løn efter skat} = \left(0,92 * \text{løn} * \left(1 - \frac{\text{trækprocent}}{100} \right) \right) + \text{fradrag} * \left(\frac{\text{trækprocent}}{100} \right)$$

Opgave 1: Beregn lønnen efter skatterne er trukket (afrund til helt tal)

- a) Løn = 15.000 kr, Fradrag = 3.575 kr og trækprocent = 36%

$$\text{Løn efter skat} = 0,92 * 15.000 * (1 - 0,36) + 3575 * 0,36 = \underline{\underline{\quad\quad\quad}} \text{ kr}$$

- b) Løn = 8.000 kr, Fradrag = 3.575 kr og trækprocent = 36%

$$\text{Løn efter skat} = \underline{\underline{\quad\quad\quad}} \text{ kr}$$

- c) Løn = 30.000 kr, Fradrag = 5.900 kr og trækprocent = 38%

$$\text{Løn efter skat} = \underline{\underline{\quad\quad\quad}} \text{ kr}$$

- d) Løn = 20.000 kr, Fradrag = 4.500 kr og trækprocent = 36%

$$\text{Løn efter skat} = \underline{\underline{\quad\quad\quad}} \text{ kr}$$

- e) Løn = 24.000 kr, Fradrag = 5.200 kr og trækprocent = 37%

$$\text{Løn efter skat} = \underline{\underline{\quad\quad\quad}} \text{ kr}$$

- f) Løn = 28.000 kr, Fradrag = 5.700 kr og trækprocent = 39%

$$\text{Løn efter skat} = \underline{\underline{\quad\quad\quad}} \text{ kr}$$

- g) Løn = 19.000 kr, Fradrag = 4.200 kr og trækprocent = 40%

$$\text{Løn efter skat} = \underline{\underline{\quad\quad\quad}} \text{ kr}$$

- h) Løn = 12.000 kr, Fradrag = 3.575 kr og trækprocent = 35%

$$\text{Løn efter skat} = \underline{\underline{\quad\quad\quad}} \text{ kr}$$

Facit: 4.314 5.997 8.427 10.119 11.213 12.168 13.396 15.834 17.937 19.354

ATP, Topskat & Feriepenge:

I vores skatteberegninger undlod vi at berøre nogle vigtige men besværlige begreber:

- ATP: Arbejdsmarkeds tillægspension er et fast beløb som trækkes fra din løn. Pengene indsættes på en pensionsopsparing som tilhører dig. Opsparingen udbetales den dag du går på pension. Størrelsen af ATP afhænger af forskellige ting, men satsen ligger imellem 50 – 100 kr.
- Topskat: Hvis man tjener over ca. 390.000 kr om året (dvs. over 32.500 kr om måneden) skal man betale en ekstra skat på 15 % (2010 sats). De 15 % trækkes kun af det man tjener over de 390.000 kr.
- Feriepenge: Din arbejdsgiver skal ud over lønnen også betale det som hedder feriepenge. Feriepenge svare til **12,5 % af lønnen**. Dvs. tjener man 1.000 kr skal arbejdsgiveren betale 125 kr ind på din feriekonto. Underligt nok kan man først få udbetalt disse feriepenge året efter man har optjent dem. Dvs. arbejder du rigtig meget fra januar til juni skal du ikke regne med at se nogle feriepenge i juli til at holde ferie for. Noget andet underligt er at ferieåret går fra d. 1 maj. til 1 maj året efter.

Opgave 2: Holger & Konen og skatten.

- a) Holger tjener 28.500 om måneden. Han har købt et hus til 2 mio kr og får derfor et pænt stort fradrag på 6.200 kr. Hans trækprocent er på 37 %. Hvor meget skal han regne med at få udbetalt af sin løn?
- b) Hvor mange kr betaler Holger i skat?
- c) Holger diskuterer med sin kone om hvor stor den samlede skatteprocent er for ham. Hans kone påstår at den samlede skat må være trækprocenten + AM bidraget altså $37 + 8 \% = 45 \%$. Holger synes ikke det virker logisk. Hvor mange procent betaler Holger samlet i skat? Dvs. hvor mange % udgør den skat han betaler i forhold til det han tjener ($\% = \text{del} / \text{hele} * 100$)

Ekstra Opgave 1:

- a) Holger & konen er trætte af deres store lån på 2 mio kr og overvejer at flytte fra det store hus og hen i en lejebolig hvor man ikke skal vedligeholde tag og kælder og meget andet. Hvis de gør det falder Holgers fradrag til 3.575 kr. Beregn hvad Holger så vil få udbetalt efter skat?
- b) Hvor mange penge mister Holger pr måned på ikke længere at have et stort fradrag & gæld?

Facit: 22 34 832 972 8.222 9.687 12.456 17.841 18.813 19.213

SU & Skat:

Statens Uddannelsesstøtte SU gives til studerende på enten en ungdomsuddannelse eller en videregående uddannelse. SU'en er et beløb som gives til den studerende uden at vedkommende behøver at betale det tilbage. For videregående uddannelser er dette beløb på 5.486 kr for udeboende og 2.728 kr for hjemmeboende (2011 sats). SU'en er ikke en ubegrænset støtte ordning da man kun kan få SU i 70 måneder. Når disse 70 klip, som det hedder, er brugt op må man finansiere sin uddannelse på anden vis f.eks. gennem det som kaldes SU lån, hvor man til en lav rente kan låne penge af staten.

Underligt nok skal man betale skat af SU'en selvom den gives af staten til den studerende. Dog skal man ikke betale AM bidrag på 8 %. Dvs. skatteberegningerne for SU er en smule anderledes da AM bidraget er blevet fjernet.

$$SU \text{ efter skat} = \left(SU * \left(1 - \frac{\text{trækprocent}}{100} \right) \right) + \text{fradrag} * \left(\frac{\text{trækprocent}}{100} \right)$$

Opgave 3: Beregn hvad de studerende får udbetalt i SU.

- Ditte bor i Københavns kommune og har en trækprocent på 37 % og et fradrag på 3.575 kr. Beregn hvad hun får udbetalt af sin SU (5.486 kr) efter at skatten er trukket.
- Bjarne bor på Frederiksberg og har en lidt lavere trækprocent på 35 %. Hvad får han udbetalt når han får SU som udeboende og har et fradrag på 3.575 kr.
- Connie bor på Langeland og en lidt højere trækprocent på 40 %. Hvad får hun udbetalt når hun får SU som udeboende og har et fradrag på 3.575 kr.

Ekstra Opgave 2:

- Connie har en god ven der hedder Brian. Brian er ikke medlem af folkekirken og da kirkeskatten på Langeland er på 1,16 % betyder det at han har en trækprocent på 39 %. Hvor meget får han udbetalt i SU som udeboende med fradrag på 3.575 kr.
- Hvor meget mindre får Connie udbetalt i forhold til Bjarne?

Facit: 19 80 102 798 2.100 4.722 4.732 4.741 4.779 4.805 4.817

Fritidsjob og skat:

Når man får SU går hele ens fradrag på denne indtægt. Dvs. at hvis man har et fritidsjob ved siden af studiet kan man ikke trække fradraget fra som ved SU'en. Dette betyder at man kommer til at betale mere i skat af sit fritidsjob.

En anden vigtig ting ved fritidsjob er at staten ikke ønsker man skal arbejde for meget ved siden af sit studie. Det kan i sidste ende gøre at man er længere om at gennemføre. Derfor er der en grænse for hvor meget man må tjene ved siden af sin SU som kaldes for fribeløbet. Beløbet varierer men for videregående-uddannelser er beløbet på 8.625 kr. Hvis man tjener over denne grænse skal man betale SU'en man har fået tilbage.

Vores skatte formel bliver derfor ændret en smule da vi er nødt til at fjerne fradraget:

$$\text{Fritidsjob løn efter skat} = 0,92 * \text{løn} * \left(1 - \frac{\text{trækprocent}}{100}\right)$$

Opgave 4: Beregn lønnen fra fritidsjobbet efter at skatten er trukket.

- Ane er vikar i Matas og har tjent 8.000 kr sidste måned fordi der var meget sygdom. Hendes trækprocent er på 37 %. Hvor meget får hun udbetalt af hendes løn?
- Jakob er lørdagsafløser i postvæsnet. Her arbejder han 7 timer hver lørdag til 150 kr/t. Hans trækprocent er på 36 %. Hvis der er 4 lørdage på en måned – hvor meget skal han så regne med at få udbetalt efter skatten er trukket?
- Maiken arbejder på et plejehjem som weekendafløser. Hun har fast dag om søndagen hvor der er ekstra tillæg til lønnen (fordi det er en helligdag). Hun kommer op på at tjene 6.400 kr. Hvor meget får hun udbetalt når hendes trækprocent er på 36 %?

Ekstra Opgave 3:

Maiken's arbejdsgiver skal oven i lønnen også indbetale 12,5 % af lønnen til hendes feriekonto. Hvor mange penge bliver der den måned sat ind på Maikens feriekonto?

Facit: 800 924 1.789 2.473 3.200 3.768 4.637 5.320

Salgspris & Moms:

I det forrige har vi set hvordan almindelige lønmodtagere skal betale skat af deres indkomst. Men de er ikke de eneste der skal bidrage til statens budget. Når butikker og virksomheder sælger en vare om det så er is, mad, rejser, bøger, foredrag og arbejde skal de nemlig betale moms. Moms er en skat der skal betales til staten som lægges oven i en varers salgspris. I Danmark er momsen på 25 % mens den i Tyskland er på 19 %.

Når man handler (specielt på nettet) skal man være opmærksom på om salgsprisen er med moms (inkludativ) eller uden moms (eksklusiv). Man kan beregne Salgsprisen med moms ved at tage 125 % af prisen (Dvs. man lægger 25 % oven i prisen som er 100% = 125 %):

$$\text{Salgspris med moms} = \frac{125\%}{100} * \text{Salgspris uden moms} = 1,25 * \text{Salgspris uden moms}$$

Opgave 5: beregn salgsprisen inklusiv moms (afrund til hel antal kr og øre – husk kun 50 øre)

- | | | | |
|-------------|---------|---------------|---------|
| a) 200 kr = | = _____ | e) 1.005 kr = | = _____ |
| b) 133 kr = | = _____ | f) 7.556 kr = | = _____ |
| c) 450 kr = | = _____ | g) 667 kr = | = _____ |
| d) 10 kr = | = _____ | h) 5.312 kr = | = _____ |

Beregning af salgspris uden moms:

Man kan fristes til at tro at momsen udgør 25 % af *Salgsprisen med moms*. Det er ikke rigtigt idet momsen udgør 20 % af salgsprisen med moms:

$$100 \text{ kr} * 1,25 = 125 \text{ kr} = \text{Salgspris med moms hvor momsen udgør 25 kr.}$$

$$\text{Dvs. } \frac{25}{125} * 100 = 20 \%$$

Lad os se hvordan man kan beregne salgsprisen uden moms:

$$\text{Salgsprisen uden moms} = \frac{\text{Salgspris med moms}}{1,25}$$

Opgave 6: beregn salgsprisen eksklusiv moms (afrund til hel antal kr og øre – husk kun 50 øre)

- | | | | |
|-------------|---------|---------------|---------|
| a) 200 kr = | = _____ | e) 1.005 kr = | = _____ |
| b) 133 kr = | = _____ | f) 7.556 kr = | = _____ |
| c) 450 kr = | = _____ | g) 667 kr = | = _____ |
| d) 10 kr = | = _____ | h) 5.312 kr = | = _____ |

Facit: 8 12,5 80 106,50 160 166,50 250 360 533,50 562,50 804 834 1256,50 2320
4249,50 6045 6640 9445 10522

Indkøbspris, Omkostninger, Fortjeneste & Salgspris.

For at en virksomhed kan sælge en vare er den nød til først at købe den. *Den pris virksomheden giver for varen kaldes for indkøbsprisen.* Indkøbsprisen er i sagens natur mindre end salgsprisen – ellers taber virksomheden penge på varen. Ofte har virksomheden haft nogle omkostninger med at få varen. Det kunne f.eks. være *transport, told, emballage, lønninger osv som kaldes for omkostningerne.* Disse omkostninger skal selvfølgelig også dækkes af den endelig salgspris.

Herudover skal virksomheden have en form for fortjeneste

$$\text{Salgspris uden moms} = \text{Indkøbspris} + \text{Omkostninger} + \text{Fortjeneste.}$$

$$\text{Salgspris med moms} = 1,25 * (\text{Indkøbspris} + \text{Omkostninger} + \text{Fortjeneste})$$

Et eksempel: En urmager har købt 100 billige ure fra Hong Kong til 5.000 kr. Det har kostet 10.000 kr at få dem transporteret til Danmark og igennem den danske told. Urmageren ønsker en fortjeneste på 50.000 kr for alle urene. Hvad skal salgsprisen med moms være?

$$\text{Salgspris uden moms} = 5.000 \text{ kr} + 10.000 \text{ kr} + 50.000 \text{ kr} = 65.000 \text{ kr}$$

$$1 \text{ Ur uden moms} = 65.000 \text{ kr} / 100 \text{ ure} = 650 \text{ kr.}$$

$$1 \text{ Ur med moms} = 1,25 * 650 = \underline{812,50 \text{ kr}}$$

Urmageren skal kun sælge $(5.000+10.000)/650 = 23$ ure for break-even og urene er betalt.

Opgave 7: Løs købmandsregnings stykkerne.

- a) En modetøjs butik har købt 20 kjoler hjem fra New York. Indkøbsprisen er 1000 kr pr stk. De 20 kjoler koster 2400 kr i told + 160 kr i toldekspeditions gebyr samt 200 kr i transport. Butikken ønsker en fortjeneste på 15.000 kr for alle kjolerne. Hvad skal salgsprisen med moms være?
- b) En kinesisk butik har bestilt 1000 porcelæns skeer hjem fra Kina. Skeerne har kostet 500 kr i alt. Den danske told skal have 12 % i told + 160 kr i ekspeditions gebyr. Transporten koster 300 kr. Hvad skal salgsprisen med moms være når de gerne vil tjene ca. 5 kr pr ske?
- c) En grønthandler køber 200 kg æbler hjem fra en frugtplantage på fyn til 6 kr pr kg. Transporten koster 100 kr og fortjenesten skal være på 500 kr for alle æblerne. Grønhandleren regner med at han må kassere 10 % af æblerne fordi de bliver dårlige. Hvad skal grønhandlerens kilo pris være med moms?

Facit: 5,5 7,53 9,50 12,50 860 1050 2360

Køb på afbetaling:

Hos mange butikker tilbydes kunderne at man kan købe deres varer på afbetaling. Når man gør dette betyder det at man får varen med hjem men at man ikke betaler i butikken for den. Derimod skal man *i stedet betale et månedligbeløb til butikken over en periode indtil man har betalt for varen*. Det lyder umiddelbart fristende men selvfølgelig forærer butikkerne ikke deres varer væk og faktum er, at man i sidste ende kommer til at betale mere for varen end man ville have gjort hvis man havde købt den kontant.

Et eksempel: Familien Jensen skal have et nyt TV – det skal være stort og det nyeste indenfor teknologien. Hos L’easy kan man købe et til 7.999 kr – men så mange penge har Familien Jensen ikke. I stedet kan de købe TV’et på afbetaling for kun 229 kr pr. måneden. Dette beløb skal de betale i de næste 79 måneder. Hvad vil det koste hvis familien køber TV’et på afbetaling?

Pris I alt = 79 måneder * 229 kr/måned = 18.091 kr. **(Ja 18.000 kr for et TV!!!)**

Mer Pris = 18.091 – 7.999 kr = 10.092 kr.

%Mer Pris = 10.092 / 7.999 kr * 100 = 126 % dyrere.

Opgave 8: Beregn merprisen på varerne købt på afbetaling

d) TV Samsung 51’’ Plasma

Pris: 5.999 kr **Afdrag:** 179 kr i 80 måned.

Pris I Alt = _____

Mer Pris = _____

%Mer Pris = _____

g) HTC Desire S (Mobil)

Pris: 3.299 kr **Afdrag:** 129 kr i 50 måned.

Pris I Alt = _____

Mer Pris = _____

%Mer Pris = _____

e) Notebook Acer 10’’

Pris: 2.499 kr **Afdrag:** 99 kr i 61 månede.

Pris I Alt = _____

Mer Pris = _____

%Mer Pris = _____

h) Zanussi køleskab + frys

Pris: 3.999 kr **Afdrag:** 129 kr i 80 måned.

Pris I Alt = _____

Mer Pris = _____

%Mer Pris = _____

f) Apple Ipad2 64GB G3

Pris: 6.699 kr **Afdrag:** 209 kr i 63 måned.

Pris I Alt = _____

Mer Pris = _____

%Mer Pris = _____

i) Elektrolux Microbølgeovn

Pris: 699 kr **Afdrag:** 39 kr i 62 måneder.

Pris I Alt = _____

Mer Pris = _____

%Mer Pris = _____

Facit: 52 96 97 139 142 158 246 1.719 1.823 2.418 3.151 3.540 6.039 6.321 6.468
6.450 8.321 10.320 12.777 13.167 14.320

Lån:

Når man låner penge skal man betale renter til den man låner pengene af. Derfor kommer man altid til at betale mere tilbage på lånet end det beløb man har lånt. Sagt med andre ord – det koster penge at låne penge – rigtig mange penge. I det følgende skal vi se på hvor mange penge det kan koste.

Lån typer: Der findes mange former for lån men de kan basalt inddeles i følgende 3 kategorier:

 Fastforrentet:

Denne låneform er renten den samme hvert år gennem hele lånets løbe tid. I Danmark kan et lån maksimalt løbe over 30 år men i andre f.eks. Sverige kan man optage lån med en løbetid på op til 50 år. Fastforrentet er et sikkert lån fordi man ved hvad man sidder for de næste 30 år uanset hvordan det går i verden.

Til gengæld kan det koste penge at indfri lånet før tid hvis renten på det pågældende tidspunkt er under lånets rente. Lyder lidt underligt at det kan koste penge at betale sin gæld – men det har noget med udlånerens tab at gøre for de kan jo ikke få lige så meget for der penge hvis renten er lav.

 Variabelforrentet:

Her ændrer renten sig hvert år efter det gældende rente niveau i landet. Dvs. hvis renten falder - falder renten også på lånet. Dvs. så sparer man penge i forhold til et fastforrentet. Hvorimod hvis renten stiger koster det mere i forhold til det fastforrentede.

Variabelforrentning er derfor for dem der godt kan lide at gamble lidt. Denne låneform betegnes ofte for Flexlån og forkortes ofte F1, F3, F5.

 Afdragsfrit:

I dette lån betaler man kun renterne på lånet og ikke selve afdraget. Dvs. at man ikke betaler lånet tilbage men blot betaler renterne og intet andet. Hvis man f.eks. låner 3 mio kr i et afdragsfrit lån skylder man stadig 3 mio kr 10 år efter lånet blev optaget.

Hvor kan man låne:

- Realkreditinstitutter:** Er egentlig banker med speciale i at låne penge ud til ejerboligere (ikke leje & andel). Hvis man vil købe et hus kan man maksimalt låne 80 % af husets værdi af et realkreditinstitut. Resten må lånes i banken til høje renter. Derfor er det godt at have 20 % af husets værdi.
- Banker:** En bank er en forretning og lever af at låne penge ud til folk. Her kan der være tale om forbrugslån, kassekreditter og andre små lån. Dette er værd at huske!

Begreber fra Låneverden:

Bank verden er fyldt med underlige ord. Når man snakker lån skal man have styr på følgende.

- Renten: Den procentdel man skal betale for at få lov til at låne pengene. Renten ændrer sig hele tiden og påvirkes af den økonomiske situation i landet og i verden. Ofte vil man se, at renten oplyses i **ÅOP** (Årlig Omkostning i %) der giver udtryk for lånets samlede rente plus diverse gebyrer (oprettelses & administration).
- Hovedstol: Er et andet ord for det lånte beløb.
- Termin (n): Er renteperioden som kan være en hvilken som helst tidsperiode men regnes for det meste i antal år. Skumle lånefortagere som f.eks. SMSlån oplyser ofte renten pr måned. På denne måde virker renten lille - men er i virkeligheden tårnhøj på årsbasis!
- Ydelse: Er det som låntageren (altså den som låner pengene) skal betale hvert år eller den længde terminen er fastsat til.

Annuitetslån formel:

Følgende formel kan bruges til at beregne den ydelse man vil have på et givent lån med en bestemt rente.

$$Ydelse = \text{Hovedstol} * \frac{P\%}{1 - (1 + P\%)^{-n}} \quad \text{Hvor } P\% = \frac{\text{renten}}{100}$$

Et eksempel:

Peter optager et fastforrentet lån på 2.000.000 kr til en rente på 5 % i 30 år. Hvad er hans ydelse de 30 år.

$$P\% = \frac{5}{100} = 0,05$$

$$Ydelse = 2.000.000 * \frac{0,05}{1 - (1 + 0,05)^{-30}} = 130.103 \text{ kr}$$

Lyder måske voldsomt men det er jo ydelsen pr år og pr måned må det så blive

$$Ydelse \text{ pr måned} = 130.103 / 12 = 10.842 \text{ kr}$$

Hvad kostede det?

Lad os se på hvad Peter skal betale de 30 år for at låne de 2.000.000 kr.

$$\text{Samlet ydelse} = 30 \text{ år} * 130.103 \text{ kr} = 3.903.090 \text{ kr}$$

Fra dette må vi jo trække selve lånet:

$$\text{Betaling} = 3.903.090 - 2.000.000 = 1.903.090 \text{ kr}$$

Altså koster det næsten 2 mio kr at låne 2 mio kr i 30 år.

Opgave 9: Beregn ydelsen pr måned i de fastforrentede lån. (afrund til helt tal)

a) **Beløb:** 300.000 kr **r:** 4 % **n:** 30 år

b) **Beløb:** 1.500.000 kr **r:** 6 % **n:** 20 år

$$\text{Ydelse} = 300.000 * \frac{0,04}{(1 - 1,04^{-30})} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Ydelse} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Ydelse pr måned} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Ydelse pr måned} = \underline{\hspace{2cm}}$$

c) **Beløb:** 400.000 kr **r:** 8 % **n:** 10 år

e) **Beløb:** 50.000 kr **r:** 10 % **n:** 5 år

$$\text{Ydelse} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Ydelse} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Ydelse pr måned} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Ydelse pr måned} = \underline{\hspace{2cm}}$$

d) **Beløb:** 4.500.000 kr **r:** 4 % **n:** 30 år

f) **Beløb:** 800.000 kr **r:** 4,6 % **n:** 20 år

$$\text{Ydelse} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Ydelse} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Ydelse pr måned} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Ydelse pr måned} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Opgave 10: Familien Grønkål skal låne 1.500.000 kr til en lejlighed. De får 2 tilbud;

Tilbud 1: 5,2 % i rente p.a. med en løbe tid på 20 år.

Tilbud 2: 4,3 % i rente p.a. med en løbe tid på 30 år.

d) Beregn den månedlige ydelse på tilbud 1.

$$\text{Ydelse pr måned} =$$

e) Beregn den månedlige ydelse på tilbud 2.

$$\text{Ydelse pr måned} =$$

f) Beregn hvad familien i alt skal betale for tilbud 1 gennem de 20 år.

$$\text{Samlet ydelse} =$$

g) Beregn hvad familien i alt skal betale for tilbud 2 gennem de 30 år.

$$\text{Samlet ydelse} =$$

h) Hvilket tilbud vil du råde familien til at vælge?

<p>Facit: 671 1.099 1.253 1.446 4.968 5.170 7.494 8.053 10.201 10.898 13.190 17.349 20.068 21.686 59.612 62.035 130.777 260.235 1.300.256 2.448.260 2.697.960</p>
--

At beregne hovedstolen eller terminerne (n):

$$Hovedstolen = Ydelse * \frac{(1 - (1 + P\%)^{-n})}{P\%}; \quad n = \frac{-\log\left(1 - \frac{Hovedstolen * P\%}{Ydelse}\right)}{\log(1 + P\%)}$$



Logaritmen

Ekstra Opgave 4: Beregn hovedstolen eller terminerne

a) **Ydelse:** 180.000 kr **r:** 5 % **n:** 20 år

$$Hoved = 180.000 * \frac{(1 - 1,05^{-20})}{0,05} = \underline{\hspace{2cm}}$$

d) **Ydelse:** 55.000 kr **r:** 3,5 %

Hovedstolen: 800.000 kr

$$n = \frac{-\log\left(1 - \left(\frac{800.000 * 0,035}{55.000}\right)\right)}{\log(1,035)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

b) **Ydelse:** 80.000 kr **r:** 4,2 % **n:** 50 år
(Sverige)

$$Hoved = \underline{\hspace{2cm}}$$

e) **Ydelse:** 100.000 kr **r:** 3,5 %

Hovedstolen: 800.000 kr

$$n = \underline{\hspace{2cm}}$$

c) **Ydelse:** 100.000 kr **r:** 1,5 % **n:** 30 år

$$Hoved = \underline{\hspace{2cm}}$$

f) **Ydelse:** 250.000 kr **r:** 3,6 %

Hovedstolen: 5.000.000 kr

$$n = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ekstra Opgave 5:

a) Trine og Frank vil gerne låne penge i banken til et sommerhus. I deres budget har de 3.000 kr til overs hver måned som de kan bruge på afbetaling til et lån. Banken har tilbudt dem et 20 årigt lån med en årlig rente på 5 %. Hvor meget kan de låne? (husk: 3.000 kr er pr måned)

b) De har fundet et sommerhus som koster 550.000 kr som de gerne vil købe. Hvor langt et lån skal de bede banken om hvis de stadig ønsker at betale 3.000 kr hver måned til en rente på 5 % p.a.?

c) Banken vil desværre ikke gå med til at låne den penge i mere end 20 år. Hvor stor en månedlig ydelse skal de give hvis de stadig ønsker at låne 550.000 kr til 5 % p.a.?

Facit: 5 10 21 30 36 150 3.678 3.856 448.640 1.250.351 1.661.287 2.243.198 2.401.584

Rentes regning (vækst):

Som vi har set i det sidste afsnit koster det en masse penge at låne penge af banken. Det modsatte til dette er at låne banken penge – og ligesom det koster at låne penge af banken så *koster det også banken at låne penge af dig*. De skal ligesom dig betale renter til dig af dine penge der står på din konto (som regel dog ikke ligeså mange penge - for renterne er mindre!). Banken betaler renterne per år hvilket ofte benævnes p.a (per anno – per år). Man kan bruge følgende formel til at beregne slutbeløbet af et beløb der er sat i banken et vist antal år:

$$\text{Slutbeløb} = \text{Startbeløb} * (1 + P\%)^n \qquad \text{Hvor } P\% = \frac{\text{renten}}{100}$$

- **Renten:** Den rente banken betaler per termin (som regel per år - p.a.). Renten ændrer sig hele tiden og påvirkes af den økonomiske situation i landet og i verden.
- **Startbeløb:** Det beløb man starter med at sætte ind på sin konto.
- **Slutbeløb:** Det beløb der står på kontoen i slutningen af perioden.
- **Terminer (n):** Er renteperioden som kan være en hvilken som helst tidsperiode men regnes for det meste i antal år.

Opgave: 11: Beregn slutbeløbet på kontoen (afrund til helt antal kr)a) **Start:** 100.000 kr **r:** 3,2 % **n:** 10 ård) **Start:** 1.000.000 kr **r:** 4,5 % **n:** 3 år

$$\text{Slut} = 100.000 * 1,032^{10} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Slut} = \underline{\hspace{2cm}}$$

b) **Start:** 50.000 kr **r:** 2,2 % **n:** 8 åre) **Start:** 10.000 kr **r:** 22 % **n:** 2 år

$$\text{Slut} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Slut} = \underline{\hspace{2cm}}$$

c) **Start:** 200.000 kr **r:** 0,125 % **n:** 2 årf) **Start:** 200 kr **r:** 2 % **n:** 50 år

$$\text{Slut} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Slut} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Opgave 12: Olga, som blev 99 år, har ved sin død opsparet 1.5 mio kr ved at samle flasker i fælledparken. Hendes eneste arving er hendes oldebarn Jens som er 5 år da hun dør. Hendes sidste ønsker er, at alle hendes penge bliver givet til Jens når han er myndig (altså 18 år). Imellem tiden skal pengene stå på en opsparingskonto og trække renter. På opsparingskontoen giver banken 2,5 % i rente p.a. Hvor mange penge får Jens når han fylder 18 år? (afrund til helt antal 100.000 kr)

Facit: 225 538 14.884 59.508 137.024 200.500 800.232 1.141.166 2.100.000 2.800.000

Opsparing (annuitets):

Når man sparer op vil man som regel sætte et beløb ind hver måned eller år på en opsparingskonto hvor renten er højere end normalt. Dvs. at jo længere tid der går jo flere penge står der på kontoen og jo større renter skal banken betale for lånet.

Nedenfor ses en formel til at beregne hvad der vil stå på opsparingskontoen efter en given tid med en bestemt rente:

$$\text{Slutværdi} = \text{Ydelse} * \frac{((1 + P\%)^n - 1)}{P\%} \quad \text{Hvor } P\% = \frac{\text{renten}}{100}$$

- **Renten:** Den rente banken betaler per termin (som regel per år - p.a.). Renten ændrer sig hele tiden og påvirkes af den økonomiske situation i landet og i verden.
- **Ydelsen (Y):** Er det beløb som man sætter ind på opsparingskontoen hver termin.
- **Termin (n):** Er renteperioden som kan være en hvilken som helst tidsperiode men regnes for det meste i antal år.
- **Slutværdi:** Det beløb der står på opsparingskontoen efter det givne antal terminer.

Eksempel:

En mand sætter 20.000 kr ind på en opsparingskonto hvert år med en rente på 3,5 %. Hvad står der på kontoen efter 5 år?

$$\text{Slutværdi} = 20.000 * \frac{((1 + 0,035)^5 - 1)}{0,035} = 107.249 \text{ kr}$$

$$\text{Fortjeneste/Renten} = 107.249 \text{ kr} - (5 \text{ år} * 20.000) = 7.249 \text{ kr}$$

Han tjener 7.249 kr i rente men skal selvfølgelig betale skat af denne rente da det er en indtægt!!

Inflation: Når man sparer op er det vigtigt, at man også er opmærksom på at der i samfundet sker en løbende inflation. Inflationen gør at *pengene bliver mindre værd* og priserne derfor stiger. I de sidste 20 år har den gennemsnitlige inflation ligget på ca. 3 %. Hvis man ikke kan få en rente der er højere end inflationen så vil ens penge dermed blive mindre værd med tiden.

Deflation: er når *pengene bliver mere værd og priserne derfor falder*. Disse situationer opstår når der er et større udbud end efterspørgsel f.eks. hvis der er mange der gerne vil sælge deres bolig men få der vil købe. Hvis ens hus pludselig falder i værdi og ens gæld bliver højere end værdien af huset kan man blive det som kaldes **teknisk insolvent**. Dvs. at man ikke kan sælge sit hus uden at tabe penge og man bliver derfor stavnsbundet til boligen hvilket kan være en alvorlig situation.

Opgave 13: Beregn hvad der står på opsparingskontoen (afrund til et helt tal).

a) **Ydelse:** 10.000 kr **r:** 4 % **n:** 10 år

$$\text{Slut} = 10.000 * \frac{(1,04^{10} - 1)}{0,04} = \underline{\hspace{2cm}}$$

d) **Ydelse:** 200 kr **r:** 2,5 % **n:** 40 år

$$\text{Slut} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

b) **Ydelse:** 50.000 kr **r:** 5 % **n:** 3 år

$$\text{Slut} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

e) **Ydelse:** 100.000 kr **r:** 3,4 % **n:** 10 år

$$\text{Slut} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

c) **Ydelse:** 3.000 kr **r:** 3 % **n:** 20 år

$$\text{Slut} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

f) **Ydelse:** 35.000 kr **r:** 3,2 % **n:** 5 år

$$\text{Slut} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Opgave 14: Løs tekst opgaverne der handler om Otto.

a) Otto har fået oprettet en børneopsparing i Danske Bank hvor hans forældre sætter 3.000 kr ind hvert år (**NB:** Man må maksimalt sætte 3.000 kr ind hvert år). Da han fylder 14 år kan han hæve børneopsparingen der skal sættes i banken til senere brug til et lejlighedsindskud (mener hans forældre). Hvad står der på kontoen når han fylder 14 år hvis den årlige rente er 2 %?

b) Hans forældre har set at man i BRFkredit kan få en børneopsparing med en årlig rente på 3,1 %. Hvor mange flere penge vil Otto få når han bliver 14 år hvis de vælger denne børneopsparingskonto?

c) Otto's mormor Inge kan leve på en sten og bruger næsten ingen penge. Hver måned sætter hun 5.000 kr ind på sin opsparingskonto. Når hun dør skal Otto (hendes eneste barnebarn) have alle pengene. Men mormor bliver gammel og der går 20 år før hun dør (dvs. hun indbetaler i 20 år). Hvor mange penge står der på opsparingskontoen når den har haft en årlig rente på 2,6 %?

Facit: 3.686 8.684 13.481 47.922 51.608 80.611 99.256 120.061 157.625 186.564
1.167.732 1.548.202

Beregning af ydelsen eller terminer:

$$ydelse = \frac{Slutværdi * P\%}{(1 + P\%)^n - 1} \quad \text{eller.} \quad n = \frac{\log\left(\frac{Slutværdi * P\%}{ydelse} + 1\right)}{\log(1 + P\%)}$$



Ekstra Opgave 6: beregn ydelsen eller terminerne.

a) **Slut:** 50.000 kr **r:** 2 % **n:** 5 år

$$ydelse = \frac{(50.000 * 0,02)}{(1,02^5 - 1)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

d) **Slut:** 80.000 kr **Ydelse:** 5.000 kr **r:** 3,5 %

$$n = \frac{\log(80.000 * 0,035 / 5.000 + 1)}{\log(1,035)} \approx \underline{\hspace{2cm}}$$

b) **Slut:** 100.000 kr **r:** 3 % **n:** 10 år

$$ydelse = \underline{\hspace{2cm}}$$

e) **Slut:** 200.000 kr **Ydelse:**30.000 kr **r:**2,5%

$$n = \underline{\hspace{2cm}} \approx \underline{\hspace{2cm}}$$

c) **Slut:** 500.000 kr **r:** 3,2 % **n:** 8 år

$$ydelse = \underline{\hspace{2cm}}$$

f) **Slut:** 500.000 kr **Ydelse:**50.000 kr **r:**1,5%

$$n = \underline{\hspace{2cm}} \approx \underline{\hspace{2cm}}$$

Ekstra Opgave 7: Løs tekst opgaverne om Åse & Oskar bolig drømme.

a) Åse & Oskar drømmer om at købe en villa til 2.000.000 kr. Pga. reglerne på lånemarkedet kan de kun låne 80 % af de 2 mio kr i et realkredit institut til en lav rente. De resterende 20 % må de låne i banken til en meget højere rente. Det ønsker de ikke og vil i stedet spare de 20 % op af de 2 mio kr. De er blevet tilbudt en opsparingskonto med en rente på 3,5 % p.a. Hvor meget skal de spare op hvert år hvis de vil have sparet de 20 % op på 6 år?

b) Hvor meget skal Åse & Oskar sætte ind på opsparingskontoen hver måned hvis de skal nå deres mål?

c) Desværre har Åse og & Oskar ikke så mange penge til overs hver måned som de kan sætte ind på kontoen (de vil også på ferie). De kan undvære 3.500 kr hver måned. Hvor mange år går der før de når deres mål om at have sparet 20 % af de 2 mio kr op? (afrund til helt antal år)

Facit: 2 6 8 9 13 5.089 8.723 9.608 15.236 55.830 61.067 68.218

Vækstberegninger:

Politikere og økonomer taler hele tiden om vækst! De slynger gerne om sig med procenter i den forbindelse. Derfor er det også vigtig at kunne forstå matematikken bag - det er nærmest en demokratisk nødvendighed at kommende borgere (læs *elever*) lære matematikken bag!

Vækst% & Fremskrivningsfaktoren:

At beregne væksten kan gøres på flere måder. En måde er, at beregne det som kaldes fremskrivningsfaktoren:

$$\text{fremskrivningsfaktor} = \frac{\text{slutværdi}}{\text{startværdi}}$$

$$\% = (\text{fremskrivningsfaktor} - 1) * 100$$

Eksempel: En mand har 1000 kr (startværdi) på en konto som stiger til 1500 kr (slutværdi).

$$\text{fremskrivningsfaktor} = \frac{1500}{1000} = 1,50$$

$$\% = (1,50 - 1) * 100 = \underline{50 \%}$$

Det må ikke komme som en overraskelse at en stigning på 500 kr fra 1000 kr må være 50 % vækst!

Opgave 15: Beregn vækstprocenten ud fra start- og slutværdi (afrund til 1 decimal)

a) **Start:** 2125 **Slut:** 2500

c) **Start:** 1002 **Slut:** 1010

Fremskrivning = _____ = _____

Fremskrivning = _____ = _____

% = _____ = _____

% = _____ = _____

b) **Start:** 50 **Slut:** 78

d) **Start:** 1050 **Slut:** 2500

Fremskrivning = _____ = _____

Fremskrivning = _____ = _____

% = _____ = _____

% = _____ = _____

Opgave 16: Beregn væksten

a) I 1960 var der ca. 3,02 mia. mennesker i verden. I 2010 50 år senere var der 6,79 mia mennesker. Beregn befolkningstilvæksten i procent? (afrund til helt tal)

b) I 1950 var der 2,52 mia. mennesker i verden mens der i 1900 var 1,65 mia. mennesker. Beregn vækstprocenten? (afrund til helt tal)

Facit: 0,2 0,8 17,6 53 56 105 125 138,1

Gennemsnitlig vækst:

Væksten fra en værdi til en anden er nem at forholde sig til. Værre bliver det staks hvis, man ønsker at beregne den gennemsnitlige vækst over en bestemt periode. I sådan et tilfælde skal man benytte følgende formel der tager udgangspunkt i fremskrivningsfaktoren fra forrige side:

$$\text{Gennemsnitlig fremskrivningsfaktor} = \sqrt[n]{\text{fremskrivningsfaktor}} = \sqrt[n]{\frac{\text{slutværdi}}{\text{startværdi}}}$$

$$\text{Gennemsnitlig vækst} = (\text{Gennemsnitlig fremskrivningsfaktor} - 1) * 100$$

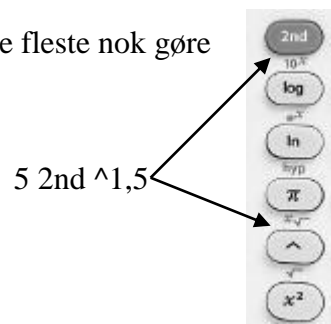
Eksempel: Hvis man f.eks. tager udgangspunkt i eksemplet på forrige side er det nemt at forstå, at væksten er på 50 % fra 1000 kr til 1500 kr. Men hvad nu hvis denne ændring er sket over 5 år. *Hvad har så den gennemsnitlige vækst været pr år?*

Det ville her være fristende at dividere 50 % med 5 år og få 10 %! Ja - det ville de fleste nok gøre inklusiv mange politikere og journalister! Men det er desværre ikke det rigtige!

$$50 \% = 1,5 \text{ (i fremskrivningsfaktor - se forrige side)}$$

$$\text{Gennemsnitlig fremskrivningsfaktor} = \sqrt[5]{\frac{1500}{1000}} = \sqrt[5]{1,50} = \underline{1,0844}$$

$$\text{Gennemsnitlig vækst} = (1,0844 - 1) * 100 = \underline{8,4 \%}$$



Opgave 17: Beregn den gennemsnitlige vækstprocent (afrund til 1 decimal)

e) **Start:** 175 **Slut:** 205 **n:** 3

g) **Samlet vækst:** 30 % **n:** 20

Gnm fremskrivning = _____
 gnm% = _____

Gnm fremskrivning = _____
 gnm% = _____

f) **Start:** 2005 **Slut:** 3100 **n:** 5

h) **Samlet vækst:** 70 % **n:** 7

Gnm fremskrivning = _____
 gnm% = _____

Gnm fremskrivning = _____
 gnm% = _____

Opgave 18: Beregn den gennemsnitlige vækstprocent

a) I 1960 var der ca. 3,02 mia. mennesker i verden. I 2010 50 år senere var der 6,79 mia mennesker. Hvad er den gennemsnitlige vækst pr år? (afrund til 1 decimal)

b) En virksomhed har oplevet en vækst på 25 % på 10 år. Hvad var den årlige vækstrate? (afrund til 1 decimal)

Facit: 0,8 1,3 1,6 2,3 5,4 5,6 7,1 7,9 9,1 10,2

Obligation (engelsk: bonds):

Hvis man ejer/køber en obligation betyder det, at man har lånt penge til den man har købt obligationen af. Låntager har en forpligtelse (obligation) til at betale lånet tilbage.

Det er dog ikke hvem som helst der kan lave obligationer men er stater (statsobligationer), realkreditinstitutter og virksomheder. Fordelen for den som køber en obligation er selvfølgelig, at vedkommende skal have renter af lånet.

En obligation ligner derfor en slags opsparingskonto i banken dog med den fordel, at man faktisk kan sælge sin obligation og få sine penge tilbage. Nogle obligationer har en høj rente hvilket gør, at de er mere eftertragtede end andre med lavere rente. Når efterspørgslen stiger så stiger værdien dvs. kursen for obligationen. Derfor kan man være heldig, at når man sælger en obligation, at den er blevet mere værd end da man købte den.

Eksempel på brug af Obligationer: Gert skal købe et hus til 2.000.000 kr. I et realkreditinstitut må han låne 80 % af værdien af huset. Dvs. han kan låne 1.600.000 kr resten må han låne i banken. For at realkreditinstituttet kan låne ham pengene sælger de obligationer til en værdi på 1.600.000 og en fast rente på 4,5%. Gert skal nu betale 4,5% i rente hvert år i 30 år.

De penge han indbetaler hvert år sender realkreditinstituttet videre til dem som har købt hans obligationer. På denne måde bliver dem som har købt obligationerne glade og Gert bliver glad fordi han kan få sit drømmehus.

*Men hvad nu hvis Gert dør i et trafikuheld efter 15 år? Hvordan skal dem som har købt obligationerne så få deres penge tilbage? Her er det så smart, at realkreditinstituttet har pant i Gerts hus. Pant betyder, at de kan gå ind og sælge hans hus og på den måde få pengene hjem igen. Man kan derfor sige at obligationer er *en relativ sikker investering*.*

Aktier (engelsk: Stock):

Hvis man ejer/køber en aktie ejer/køber man en del af den virksomhed som har lavet aktien.

Indflydelse: Som medejer af virksomheden har man selvfølgelig også ret til at få indflydelse på de beslutninger der tages i virksomheden. Derfor vil en aktionær blive inviteret til den årlige generalforsamling i virksomheden, hvor man har mulighed for at øve indflydelse på de beslutninger der tages. Hvis man ejer 100 % af alle aktier i en virksomhed ejer man hele virksomheden, hvorimod hvis man ejer over 50 % betyder det at man har bestemmende indflydelse i virksomheden.

Afkast: Foruden indflydelse på virksomheden får man også, i nogle virksomheder, ret til en del af det årlige overskud fra virksomheden. Dette overskud er selvfølgelig en indtægt og skal beskattes!

Kurs: Når man køber en aktie koster den et bestemt beløb f.eks. kostede en aktie i Mærsk 38.580 kr Danske bank 74 kr, og Novo Nordisk B 680 kr d.7/1-2012. Værdien af aktien, altså kursen, varierer fra dag til dag og denne værdi fastsættes på børsen. Kursen afhænger af hvor populær aktien er. Nogle gange stiger kursen f.eks. hvis virksomheden klare sig godt og alle gerne vil købe aktien mens andre gange falder værdien. Hvis aktien stiger kan man tjene penge hvis man sælger sine aktier, hvorimod hvis den falder, har man tabt sine penge – i hvert fald på papiret.

Det er vigtigt at forstå at aktie kurserne ikke nødvendigvis følger nogen logik! Aktiemarkedet opfører sig som *en hysterisk kælling* - fuldkomment uforudsigeligt. Derfor er aktie investeringer gambling på højde med poker!

Eksempel på aktie køb og salg:

Jens køber 100 aktier i Carlsberg A/S d. 17/11-2008. Denne dag var kursen 159 kr/aktie

$$\text{Pris 100 Aktier} = 159 \text{ kr} * 100 = 15.900 \text{ kr}$$

Jens følger aktiekursen hver dag og d.15/5-2011 er kursen steget til 616 kr. Han beslutter sig for at sælge fordi han har på fornemmelsen at den ikke vil stige mere.

$$\text{Indtægt på Salg} = 616 \text{ kr} * 100 \text{ aktier} = 61.600 \text{ kr}$$

Jens har altså på 2½ år tjent på sin aktie handel:

$$\text{Overskud} = 61.600 \text{ kr} - 15.900 \text{ kr} = 45.700 \text{ kr.}$$

Det lyder fantastisk men man skal huske at en aktie også kan falde og så taber man sine penge!

Eksempel på en uheldig investering:

Gustav køber 100 aktier i Carlsberg d.8/10-2007 til kurs 763 kr.

$$\text{Pris 100 Aktier} = 763 \text{ kr} * 100 = 76.300 \text{ kr}$$

Efterfølgende falder aktien på Carlsberg lodret ned og d. 17/11-2008 tør Gustav ikke at beholde aktien mere så han sælger den til kurs 159 kr/aktie.

$$\text{Indtægt på salg} = 159 \text{ kr} * 100 = 15.900 \text{ kr}$$

Han har altså tabt

$$\text{Tab} = 76.300 \text{ kr} - 15.900 \text{ kr} = 60.400 \text{ kr}$$

Opgave 19: Beregn tabet eller fortjenesten på aktierne.

- a) Bent køber 50 aktier i Novo Nordisk d.30/3-2009 til en kurs på 242,50 kr. Han vælger at sælge dem d.13/2-2011 til en kurs på 681,24 kr. Hvad bliver hans fortjeneste?
- b) Sonja køber 60 aktier i Pandora (smykke firma) d.10/1-2007 til en kurs på 363,80. Det virker som en god investering men ligepludselig Tiden går til 27/11-2011 56,29 kr. Hvad bliver hendes tab?
- c) Bodil køber 10 aktier i Mærsk d.13/7-2009 til kurs 30.100 kr. Hun vælger at sælge dem d.8/5-2011 til kurs 52.026 kr. Hvad bliver hendes fortjeneste?

Hvad sker der når man ikke kan betale sine regninger?

I første omgang vil man få en **rykker** fra virksomheden man skylder penge, der som regel gør at regningen bliver 100 kr dyrere. Hvis man stadig ikke betaler efter flere rykkere kan virksomheden vælge, at sælge gælden videre til **et inkasso firma**. Et inkasso firma har specialiseret sig i at kradsse gæld ind fra skyldnere. Derfor bliver regningen som regel **meget** dyrere. Hvis man her er rigtig uheldig kan man risikere, at havne hos et inkasso firma der benytter sig af rockere.

For virksomheder er det ikke altid en fordel at give gælden videre til et inkasso firma da det er omkostningsfuldt. I stedet kan de vælge, at melde en til **RKI registret**. Dette er et register af *dårlige betalere* som mange virksomheder bruger i Danmark for at afgøre om de ønsker at handle med en person. Står man først i dette register betyder det at *man har svært ved at få et telefonabonnement, et dankort, købe på afbetaling, låne penge og meget mere*. Man står i registret i 5 år, hvorefter man bliver slettet – det er derfor en alvorlig ting at havne i dette register!!! Ikke desto mindre er 5 % af befolkningen i dette register – og 7,5 % af alle unge mellem 21 – 30 år.

Nu er det ikke kun personer der har problemer med at betale sine regninger. Det tilsvarende kan ske med en virksomhed der mangler likvide midler (altså penge). Hvis en virksomhed ikke betaler sin regning til tiden kan virksomheden erklæres **konkurs**. Når dette sker, går virksomheden i *betalingsstandsning* og advokater bliver hyret til at sælge alt af værdi i virksomheden. Dem der har lånt penge til virksomheden, kaldt kreditorerne, kan måske håbe på at få deres penge igen. Men i mange tilfælde går konkurs boer til meget lave priser og derfor tabes der ofte mange penge.

Facit: 18.450,60 21.937 120.256 219.260
--

Økonomiske Bobler:

Igennem tiden har der været flere gange, hvor verdens økonomien er løbet løbsk og voksende i et rasende tempo for lige pludselig at stoppe bart. Dette kaldes for en *økonomisk boble*, som ofte bliver fulgt af en længere periode, hvor udviklingen går i stå hvilket kaldes for en **recession**. Det specielle ved boblen er, at økonomien pludselig vokser helt ude af trit med den virkelige verden:

- **Tulipan Boblen:** Prisen på tulipan løg var igennem en årerække steget til fuldkommen urealistiske højder i Holland. I 1636 sprang boblen da 1 tulipan løg kostede det samme som 8 grise eller 49 liter vin.
- **Jernbane boblen i England:** Gælden for den nye transportform medførte, at der i 1846 blev planlagt 15.300 km jernbanestrækning i England (mange parallelle strækninger) af 272 jernbaneselskaber. Optimismen blomstrede og Jernbaneselskabernes aktier voksede til urealistiske højder. Boblen sprang da renten pludselig steg.
- **Jernbane boblen i USA:** I 1873 gentog den samme jernbane boble sig blot i USA.
- **Krakket på Wall Street 1929:** Gennem 1920'ernes USA havde der været en ukuelig optimisme og aktierne var steget til ekstreme højder. Mange investerede alle deres penge i aktier nogle endda for lånte penge. Da kurserne d.24/10 1929 pludselig vendte begyndte folk at blive bange og sælge deres aktier i panik. Det førte til at børsen d.29/10 krakkede og en massiv depression prægede USA og resten af verden op igennem 30'erne. Det tog 25 år før det tabte var indhentet og dannede yderligere grobund for nationalismen i Europa der bragte Hitler til magten
- **IT boblen:** Op igennem slutningen af 90'erne steg optimismen omkring IT & internettet. Kunne man blot lidt med IT og oprettede en IT-virksomhed, fik man hældt millioner af kroner i hovedet af ivrige investorer og ens aktier ville stige grænseløst. Dette på trods af, at mange af virksomhederne ikke havde lavet noget egentligt produkt. Boblen sprang i 2000 hvor mange af aktieselskaberne viste sig at være værdiløse.
- **Bolig Boblen:** Op igennem 00'erne stiger optimismen og boligpriserne i Danmark. Boliger bliver på få år det dobbelte værd uden at der er gjort noget ved dem. Prisstigningerne er godt hjulpet på vej af to forhold: Ejendomsværdiskatten fastfryses pga. skattestoppet. Dvs. at hvis ens ejendom stiger i værdi skal man ikke længere betale mere i skat til staten. Det andet forhold er, at de afdragsfri låntillades. Dette gør, at man kan låne mange flere penge end man ellers har kunnet. Bankerne er endvidere villige til at låne penge til alt og alle – selv studerende på SU kan ligepludselig låne millioner. I 2006-07 er festen slut og boblen brister godt hjulpet på vej af en tilsvarende bolig Boble i USA blot selvfølgelig mere grotesk (subprimelån!).

Det Danske arbejdsmarked (mindsteløn & overenskomster):

Det danske arbejdsmarked er på mange måder anderledes indrettet end mange andre lande i verden. I f.eks. USA og store dele af Europa har man nemlig en regeringsbestemt mindsteløn som alle arbejdere i landet er garanteret! I 2013 var USA's mindsteløn 7,25 \$ dvs. ca. 40 kr! En sådan mindsteløn har man ikke som sådan i Danmark! Her aftales løn og vilkår mellem Arbejdsgivere (virksomhederne) og Arbejdstagere (ansatte/arbejdere) i det som kaldes en **overenskomst!** Det kan virke underligt at regeringen i Danmark ikke har noget at skulle have sagt - men faktisk er det jo også styrken ved systemet: *At dem der arbejder og dem der ansætter selv aftaler forholdene!*

Fagforeninger (strejker & lockout):

Det er klart, at hvis de ansatte står alene overfor virksomhederne kan det være svært, at få aftalt bedre vilkår mht. længere ferier, løn under sygdom & højere løn. Det er jo noget som koster virksomheden penge! Det er her fagforeningerne kommer ind i billedet! De ansatte altså arbejderne går sammen i fagforeninger og sammen presser de virksomhederne til bedre vilkår! En sådan kamp kræver regler & våben:

- **Strejke:** De ansatte/arbejderne strejker dvs. nedlægger arbejdet. Herved håber arbejderne at den manglende produktion koster virksomhederne så mange penge at de giver sig! Arbejderne taber også penge da de jo ingen løn får - her er en strejkekassen vigtig!
- **Lockout:** Virksomhederne sender de ansatte hjem uden løn. Herved håber de, at de ansatte giver sig nu når de ikke tjener noget. Dog koster det også penge for virksomhederne - med mindre man selvfølgelig er staten og har lockoutet skolelærerne som det skete i 2013!

Det er her vigtigt at forstå at ingen af de arbejdstidsregler som f.eks. 37 timers arbejdsuge, løn under sygdom & 6 ugers ferie er noget der er kommet af sig selv! Pointen her er, at de kan forsvinde igen hvis man ikke værner om dem! F.eks. i 50'erne hed arbejdsugen 48 timer, i 70'erne var den på 40 mens den i 90'erne landede på 37 timer! Det er derfor vigtigt at bakke op om den fagforening der repræsenterer det fag man arbejder indenfor!

Spørgsmål: Når man taler om "*the greath depression*" hvad hentydes der så til?

- Da boligboblen sprang i 2007.
- Den tilstand man kommer i når man registreres i RKI.
- Det man oplever når ens aktier bliver værdiløse på børsen.
- Krakket på Wall street 1929.

Opgave 20: Repetition

- a) Mark tjener 28.300 kr om måneden. Hans fradrag er på 5.210 kr og har en trækprocent på 36 %. Hvor meget får Mark udbetalt efter skat?
- b) Sanne studerer og får SU. Ved siden af studiet har hun også et fritidsjob for at få det hele økonomisk til at hænge sammen. Sidste måned tjente hun 2.500 kr – hvad får hun udbetalt efter skat når hendes trækprocent er 37 %?
- c) I Tyskland ser Frederik en computer på udsalg til 250 euro. Momsen i Tyskland er 19 % og kursen på euro er 750. Beregn hvor mange kr moms udgør af salgsprisen?
- d) Jens har sin egen lille forretning hvor han sælger underlige elektroniske dimser fra Hong Kong. Han har set en solcelle-edderkop som koster 3,20 Hong Kong Dollar (kursen er 73,9 for 100 HKD). Fragten koster 200 kr og tolden er gratis fordi der er solceller i. Han kunne godt tænke sig at importere 1000 af edderkopperne. Hvad skal salgsprisen med moms være hvis han gerne vil tjene 5000 kr i alt? 2364,8
- e) Sonja køber en Playstation 3 Slim 320 GB på afbetaling hos DER. Det koster hende 128 kr pr måned og hun skal afbetale i 58 måneder. Hvad kommer hendes Playstation til at koste?

Ekstra Opgave 8:

- a) Sara & August vil købe et hus i Søborg til 3 mio kr. De kan kun låne 80 % af pengene i et realkredit institut som har tilbudt dem et fastforrentet lån på 3,5 % i 30 år. Hvad bliver ydelsen på realkreditlånet pr måned?
- b) Mikkel har lært af sin farmor at spare op – så derfor sætter han 500 kr ind på en opsparingskonto hver måned. Dette har han gjort siden han var 18 år gammel og fik sit første job. Hvor mange penge står der på kontoen når han går på pension som 70 årig hvis den gennemsnitlige rente på kontoen er 2,3% p.a?

Facit: 9,50 152 299 1.449 7.424 10.874 18.539 130.005 590.183

Mundtlig Matematik: Sommerhus købet

Du/I bor i København og har længe gerne ville købe et sommerhus men det har været svært at beslutte sig for hvor! I Sverige er husene billigere men transporten er lang & dyr! I Danmark er husene dyrere mens transporten er kortere! Spørgsmålet er hvad der er det billigste valg?

Lån: Det lån man kan optage er på 3 % p.a. i 30 år (annuitetslån)

Bil: Køre 12 km pr liter benzin. 1 Liter benzin koster 10 kr!

Svensk Kurs: 80

Forventede forbrug: Du/I regner med at besøge sommerhuset 2 gange om måneden!



Dansk Sommerhus (Frederiksværk)

Pris: 725.000 kr

Afstand:

- 52 km (med bil)

Udgifter:

- Ejendomsværdiskat: 5.670 kr
- Grundskyld: 5.021 kr
- Renovation: 3.024 kr
- Skorstensfejning: 318 kr
- Forsikring: 3.500 kr
- El: 4.500 kr
- Vand: 2.000 kr
- Septiktank tømning: 400 kr

Svensk Sommerhus (Ronneby)

Pris: 495.000 SEK

Afstand:

- Bro: 231 km (159 kr pr overfart)
- Færge: 249 km (20 overfarter = 2.818 kr)

Udgifter:

- Dansk Ejendomsværdiskat: 1 % af pris
- Ejendomsafgift: 2.535 SEK
- Renovation: 1.600 SEK
- Skorstensfejning: 600 SEK
- Forsikring: 3.000 SEK
- El: 3.000 SEK
- Vand: gratis
- Septiktank tømning: 1.000 SEK

Spørgsmål: Undersøg hvad der bedst kan betale sig at købe når udgifter til sommerhuset & transportudgifter tages i betragtning.

- Undersøg hvad den årlige ydelse bliver på annuitetslånet for begge huse.
- Undersøg hvad det koster om året at have de 2 sommerhuse (lån, skat, forsikring, el osv.)
- Undersøg hvad transport udgifterne vil ligge på ved begge sommerhuse.
- Stil en funktion op hvor y er samlede udgifter og x angiver antal sommerhusbesøg
- Ved hvor mange ture bliver det ene sommerhus billigere end det andet?