

Navn: _____ Klasse: _____

Matematik Opgave Kompendium

Statistik & Sandsynlighed



Kompendiet indeholder:

- Grundlæggende statistik
 - Gennemsnit
 - Typetal
 - Mindste & størsteværdi
 - Median, Nedre & Øvre Kvartil
 - Hyppighed & Frekvens
- Diagrammer
 - Pinde & Histodiagram
 - Cirkel
 - Graf
 - Boksplot
- Summeret Hyppighed & Frekvens
- Grupperet Observationer
- Lineær Regression
- Tælletræ & Multiplikationsprincippet
- Kombinatorik
 - Med tilbagelægning
 - Uden tilbagelægning
- Sandsynlighed
 - Med tilbagelægning
 - Uden tilbagelægning
- Mundtlig matematik eksamen.

Opgaver: 20

Ekstra: 10

Point: _____

Statistik:

Statik handler om hvordan man bearbejder og analyserer og præsenterer data i form af tal. I samfundet, er statistik et vigtigt redskab og benyttes ofte af journalister og politikere. Netop derfor er det uhyre vigtigt for borgerne i et demokratisk samfund, at de er ved noget om statistik for at undgå at de bliver lette ofte for manipulation. Statistik er tal og som sådan objektive men analysen af tallene og tolkningen af graferne afhænger af øjnene der ser og er altså med andre ord subjektiv!

Observationer: De tal som indsamles og udgør det statistiske datamateriale kaldes observationer.

Observationerne behøver ikke alle at være forskellige! Nedenfor ses observationer med alder i en 1g klasse:

Adam	15	Emilie	17	Juliane	18	Mikkel	16	Nikolaj	16
Amanda	16	Frederik	16	Lars	15	Mischa	16	Patricia	15
Artemis	17	Hans	18	Mads	16	Monika	16	Peter	16
Christian	16	Helen	16	Marie	17	Natascha	15	Tobias	17
Dan	17	Jonathan	17	Mathias	15	Niki	17	Tora	19

Gennemsnit / Middelværdien: alle observationer lagt sammen og dividerer med antallet af observationer!

$$\text{Gennemsnit} = \frac{\text{Alle_observationer_lagt_sammen}}{\text{antal_observationer}}$$

$$\frac{15+16+17+16+17+17+16+18+16+17+18+15+16+17+15+16+16+16+15+17+16+15+16+17+19}{25} = 16,39$$

Typetallet: er den observation der forekommer flest gange - dvs. det typiske tal!

15 16 17 16 17 17 16 18 16 17 18 15 16 17 15 16 16 16 15 17 16 15 16 17 19

Derfor er typetallet i eksemplet 16 år

Mindste- og Størsteværdien: Mindsteværdien er den mindste observation mens størsteværdien er den største værdi! I vores eksempel med klassens alder ovenfor må mindsteværdien være 15 og størsteværdien 19.

HUSK: mindste- & størsteværdien er ikke den observation der forekommer færrest/flest gange!

Variationsbredden: Variationsbredden er forskellen imellem største- og mindsteværdien

$$\text{Variationsbredden} = \text{Størsteværdi} - \text{Mindsteværdi}$$

I vores eksempel med klassens alder bliver variationsbredden da $(19-15) = 4$!

Medianen (i ulige talsæt): Når man skal finde medianen skal man først stille alle observationerne på række efter størrelse fra mindst til størst! *Den observation der står i midten kaldes for medianen!*

15 15 15 15 15 16 16 16 16 16 16 16 **16** 16 16 17 17 17 17 17 17 17 18 18 19

Dvs. i eksemplet ovenfor er medianen 16 da den står på plads nr 13 (25/2 & rund op) med 25 tal!

Medianen (i lige talsæt): I lige observationssæt står 2 observationer i midten. Her er medianen gennemsnittet imellem de midterste tal! De midterste tal findes ved: antal/2 & antal/2+1. Lad os se på et eksempel med højder i en klasse med 24: (det må være tal nr 24/2=12 og 24/2+1=13)

155 158 165 165 168 170 170 170 175 175 175 **175 178** 180 180 182 185 185 185 186 188 190 190 195

Her er medianen $(175+178)/2 = 176,5$! *Til færdighedsprøven vælges den der står til venstre!*

Nedre Kvartil: den observation der står midt imellem mindsteværdien og medianen! Dvs. det tal der har 25 % af observationerne under sig! Ulige = $1/4 \cdot \text{Antal}$ & rund op, Lige (Gnm $1/4 \cdot \text{Antal} + 1$).

15 15 15 15 15 16 **16** 16 16 16 16 16 16 16 16 17 17 17 17 17 17 18 18 19

155 158 165 165 168 **170 170** 170 175 175 175 175 178 180 180 182 185 185 185 186 188 190 190 195

Øvre Kvartil: den observation der står midt imellem medianen og størsteværdien! Dvs. det tal der har 75 % af observationerne under sig! Ulige $(3/4 \cdot \text{Antal} \text{ & rund op})$, Lige (Gnm $3/4 \cdot \text{Antal} + 1$)

15 15 15 15 15 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 17 17 17 **17** 17 17 17 18 18 19

155 158 165 165 168 170 170 170 175 175 175 175 178 180 180 182 185 **185 185** 186 188 190 190 195

Hyppighed: er hvor mange gange hver observation forekommer i observationssættet. Den betegnes ofte med $h(x)$. En hyppigheds tabel over eksemplet ses til højre!

Alder	Hyppighed $h(x)$
15	5
16	10
17	7
18	2
19	1

Frekvens: for en observation angiver, hvor stor en del af alle observationerne en bestemt observation udgør. Frekvensen kan beregnes ved at tage hyppigheden og dividere med det samlede antal af observationer:

$$\text{Frekvens} = \frac{\text{hyppighed for observation}}{\text{samlede antal observationer}}$$

Frekvensen betegnes $f(x)$ og kan enten opgives som en brøk, decimaltal eller en procentdel.

Lad os se på frekvensen i vores eksempel med klassens alder:

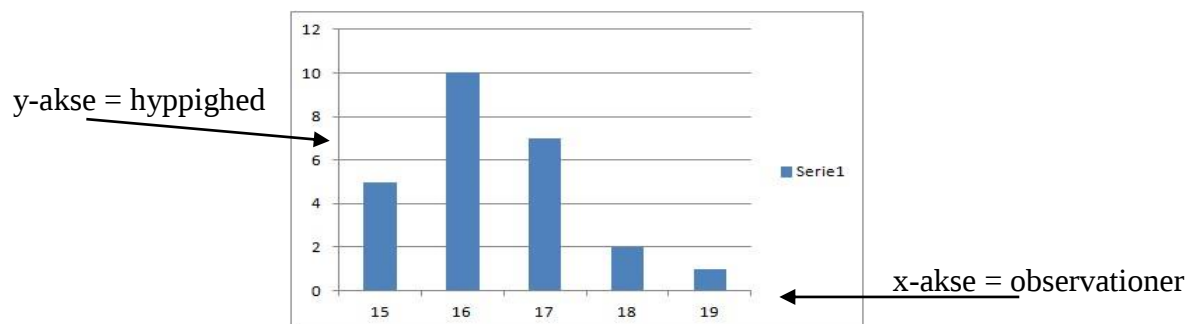
Alder	Hyppighed $h(x)$	Frekvens $f(x)$	$f(x)$ i %
15	5	$5/25 = 0,2$	20
16	10	$10/25 = 0,4$	40
17	7	$7/25 = 0,28$	28
18	2	$2/25 = 0,08$	8
19	1	$1/25 = 0,04$	4

Diagrammer:

I statistik benyttes ofte diagrammer af forskellige slags til at vise fordelingen af observationerne! I det følgende skal vi se på de 4 mest almindelige former: *pinde*, *cirkel* & *grafer/kurver* & *boksplot*!

Pindediagram, stolpediagram og histogrammer:

Basalt set er det blot et koordinatsystem med en x og en y akse hvor observationerne er lagt ind i x-aksen og hyppigheden ud af y-aksen. Lad os se hvordan vores eksempel kommer til at se ud:



Cirkeldiagram:

I et cirkeldiagram udgør hver observation et vist antal grader i cirklen. På denne måde kan man hurtigt få et visuelt overblik over hvilken observation der er flest af og hvilke der er færrest af.

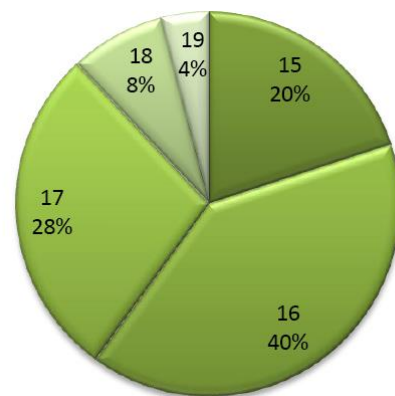
Antallet af grader kan bestemmes ud fra frekvensen!

$$\text{Cirkeludsnit} = \text{frekvens} * 360^\circ$$

Eksempel: der er 5 elever der er 15 år ud af 25 elever:

$$\text{Cirkeludsnit } 15 \text{ år} = 5/25 * 360 = 72^\circ$$

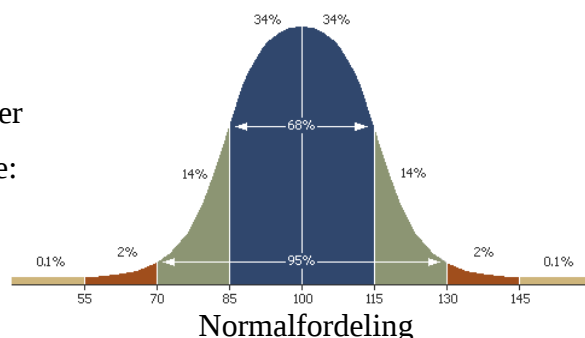
NB: Man skal selvfølgelig huske at antallet af grader lagt sammen skal give 360.



At vurdere statistik & diagrammer:

Det er vigtigt at kunne vurdere hvad diagrammerne fortæller om statistikken! I denne forbindelse er følgende ord vigtige:

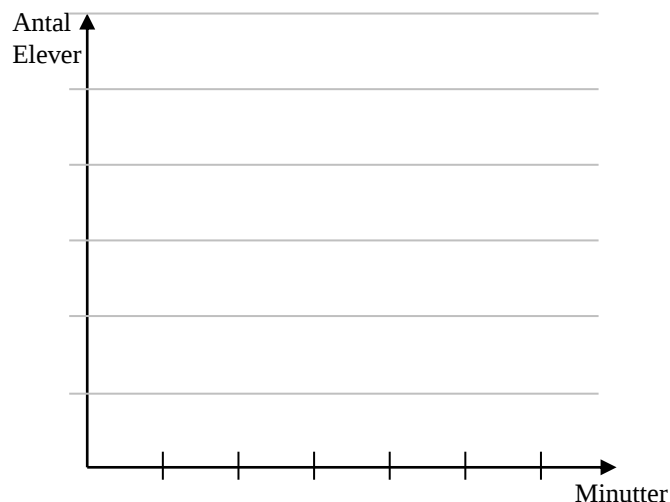
- Normalfordelt: Når flertallet af observationer er samlet omkring midten og danner en klokkeform. Det gør sig f.eks. gældende med IQ flest har 100.
- Jævnt fordelt: Når observationerne er fordelt ligeligt dvs. hyppigheden er den samme!
- Spredning Stor/Lille: Når observationerne er delt i to dele - en i den høje og en i den lave ende - men ingen på midten! I sådan en situation siger median og gennemsnit intet da det så er få observationer der har den pågældende værdi!



Opgave 3: Fremstil diagrammer over statistikken fra opgave 1 og 2

a) Fremstil et pinde/histogram over hyppighederne fra opgave 1! (overfør resultater til tabel!)

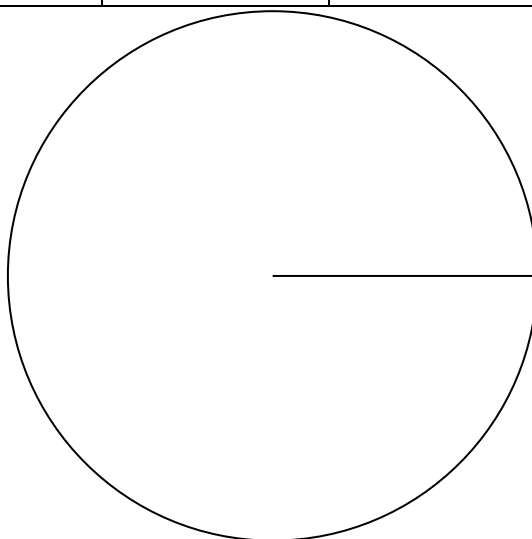
Genstande	Hyppighed $h(x)$
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	



Vurder hvad diagrammet fortæller om alkohol: _____

b) Fremstil et cirkeldiagram over hyppighederne fra opgave 2 om handletider!

Antal Minutter	Hyppighed $h(x)$	Frekvens $f(x)$	Cirkeludsnit
2	2		
5	3		
8	5		
10	7		
15	4		
20	2		
25	1		
I alt			



Vurder hvad diagrammet fortæller om handletiden: _____

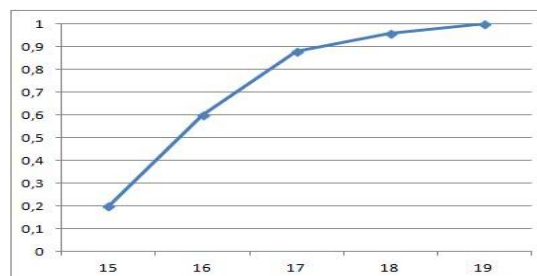
Facit: 0,04 0,07 0,08 0,08 0,13 0,17 0,21 0,29 0,32 1 1 2 2 2 5 5 6 9 14 24 29 29
33 47 61 76 99 104 250 360

Summeret Hyppighed: er hyppighederne lagt sammen med de foregående hyppigheder (summen er resultatet af et addition/plus stykke). Den summerede hyppighed betegnes $H(x)$. Bemærk det store bogstav!!

Den summerede frekvens: er frekvensen lagt sammen med de foregående frekvenser. Den summerede frekvens betegnes $F(x)$. Lad os se på eksemplet da det forklarer det meget bedre:

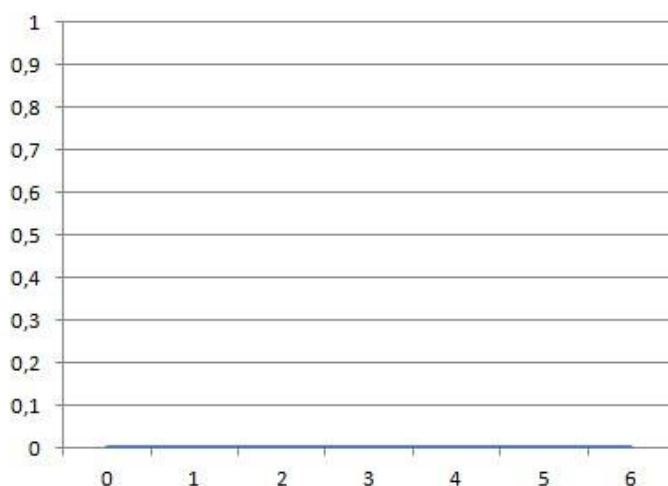
Alder	Hyppighed $h(x)$	Summeret Hyppighed $H(x)$	Frekvens $f(x)$	Summeret Frekvens $F(x)$
15	5	5	0,2	0,2
16	10	$(5+10) = 15$	0,4	$(0,2+0,4) = 0,6$
17	7	$(15+7) = 22$	0,28	$(0,6+0,28) = 0,88$
18	2	$(22+2) = 24$	0,08	$(0,88+0,08) = 0,96$
19	1	$(24+1) = 25$	0,04	$(0,96+0,04) = 1$

Grafer/Kurver: Den summerede frekvens kan med fordel vises i graf form! Her har man et koordinatsystem hvor punkterne forbindes med rette linjer! (se figur!)



Ekstra Opgave 1: Beregn den summerede hyppighed $H(x)$ og summerede frekvens $F(x)$ for hyppighederne i opgave 1 (med alkohol)! Tegn grafen for den summerede frekvens!

Genstande	Hyppighed $h(x)$	Summeret Hyppighed $H(x)$	Frekvens $f(x)$	Summeret Frekvens $F(x)$
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				



Facit: 0,02 0,04 0,09 0,09 0,09 0,21
 0,21 0,22 0,22 0,26 0,47 0,52 0,69
 0,69 0,78 0,87 0,91 1 5 8 11 16 18
 18 20 21 23 25

Boksplot & Sammenlignede statistik:

Når man skal lave diagrammer i statistik kan man også vælge at anvende et boksplot. Boksplottet kan gøre det nemmere at analysere datamaterialet!

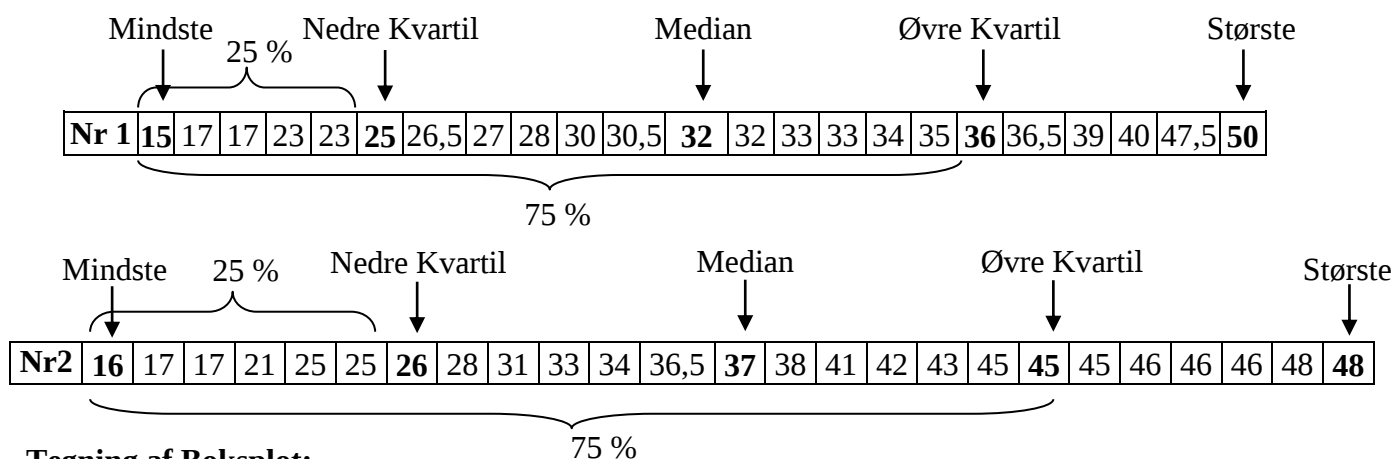
For at lave et boksplot skal man bruge følgende:

- Alle observationer (tal) opstillet på række (fra mindst til størst!!)
- **Mindste & Største værdien:**
- **Medianen:** Det tal der står i midten af den ordnede talrække
- **Nedre Kvartil:** det tal hvor 25 % af tallene står under!
- **Øvre Kvartil:** det tal hvor 75 % af tallene står under.



I det følgende skal vi se hvordan man kan lave et boksplot over 2 færdighedsprøver (50 point i alt) lavet af den samme klasse i starten af 8 (Nr 1) og til afgangseksamen (Nr 2)!

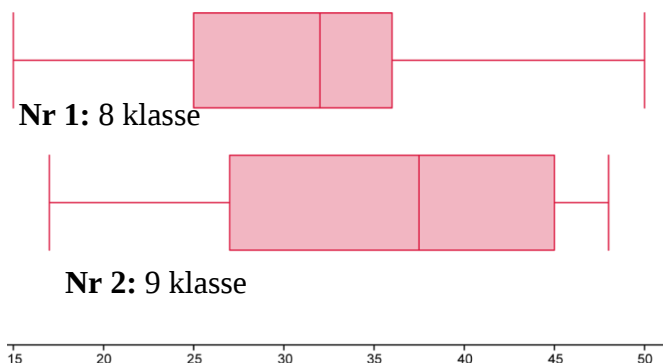
Nedre & Øvre kvartil: I den første prøve er der 23 så dvs. nedre kvartil bliver $23 * \frac{1}{4} = 5,75 \approx 6$ plads og øvre kvartil bliver $23 * \frac{3}{4} = 17,25 \approx 18$ plads (Egentlig burde det være et gennemsnit imellem plads nr 17 og 18 (altså $(36+36,5)/2=36,25$)!

**Tegning af Boksplot:**

- Tegn en tallinje med passende interval der matcher tallene.
- Sæt en lodret streg udfor mindst, nedre kvartil, medianen, øvre kvartil og største på tallinjen!
- Tegn en streg igennem
- Forbind Nedre og Øvre kvartil med en streg så de danner en kasse!

Vurdering:

I prøve nr 2 er der mindre spredning og pointene er højere end i nr 1. Boksplottet viser ganske tydeligt at eleverne er blevet bedre fra 8 til 9!



Tabellen er hentet fra opgave 1 om Alkohol. Bemærk at man kan se fordelingen af piger & drenge!

Helena ♀	0	Andre ♂	3	Jane ♀	1	Dan ♂	4	Jack ♂	6
Sabina ♀	0	Elvira ♀	1	Geo ♂	0	Agnes ♀	1	Chili ♀	4
Ejnar ♂	3	Kamille ♀	2	Stephanie ♀	5	Fares ♂	0	Betsy ♀	1
Dorthe ♀	0	Kenzo ♂	1	Torben ♂	1	Alex ♂	6		
Gunnar ♂	2	Rass ♂	2	Lancelot ♂	2	Katja ♀	2		

Opgave 4: Tegn et boksplot over elevernes alkoholforbrug i klassen for henholdsvis piger & drenge. Vurder herefter forskellene imellem drenge & pigers druk i klassen! Du kan evt. lave boksplottet i geogebra (se QR), printe det ud og klistre det ind i opgaven!

Piger ♀:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

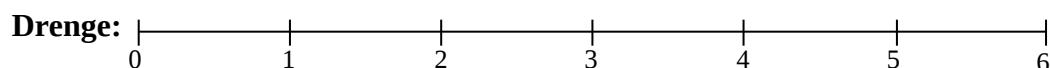
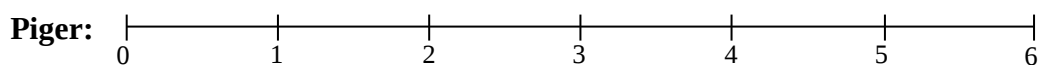
Drenge ♂:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Boksplot i Geogebra



	Piger	Drenge
Mindste Værdi		
Nedre Kvartil		
Median		
Øvre Kvartil		
Største Værdi		



Vurdering:

Facit: 0 0 0 1 1 1 2 2 3,5 5 6 10 13

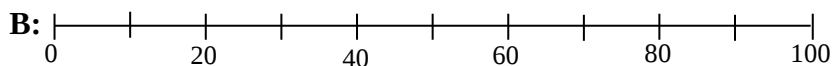
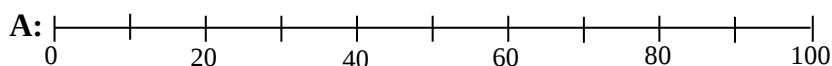
To 7 klasser har haft den samme fysik/kemi prøve med i alt 100 point. Resultatet blev som følger:

A	68	67	95	93	86	70	97	100	100	83	90	83	69	93	75	98	95	70	77	100	76	50	95
B	93	74	58	78	57	66	84	77	65	64	92	88	72	98	89	88	75	90	89	67	61	82	87

Opgave 5: Lav et boksplot over A og B klassens fysik prøve og sammenlign & vurder de to klasser

A																							
B																							

	A	B
Mindste Værdi		
Nedre Kvartil		
Median		
Øvre Kvartil		
Største Værdi		



Vurdering:

Ekstra Opgave 2: Læreren skal lave en karakterskala til fysik prøven! Af undervisningsministeriet har han fået at vide at 10 % skal have karakteren 12, 20 % 10, 40 % 7, 20 % 4, 10 % 02. Lav en passende karakterskala for prøven for de 46 elever så dette opfyldes!

Karakter	%	Antal Elever	Point	Elever i prøven
12	10	$0,1 \cdot 46 =$		
10	20			
7	40			
4	20			
02	10			
00	?			
		46 elever		

Facit: 1 3 5 7 9 9 13 18 50 50 52 57 57 64 66 70 72 78 82 86 89 90 95 98 98 100

Grupperede Observationer:

Statistik bygger jo på observationer altså tal og i de foregående opgaver har de været nemme at tælle og stille op! I eksemplet med alder er der ingen der har en alder på 16,5 år! Observationerne er alle sammen hele tal som er nemme at sortere.

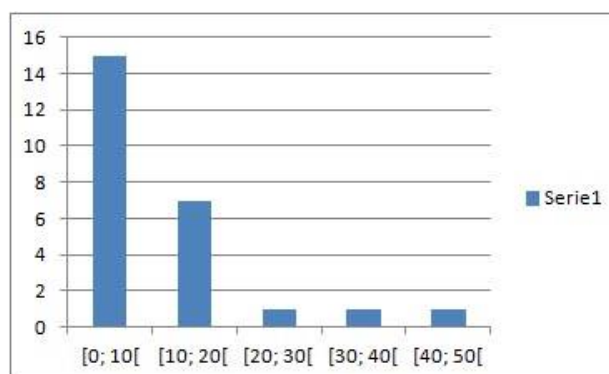


Anderledes ser det ud for antallet af fraværsdage for klassen - se tabellen nedenunder:

Adam	2	Emilie	8	Juliane	30	Mikkel	0	Nikolaj	5
Amanda	0	Frederik	0	Lars	8	Mischa	8	Patricia	2
Artemis	10	Hans	12	Mads	2	Monika	45	Peter	10
Christian	22	Helen	15	Marie	9	Natascha	10	Tobias	16
Dan	8	Jonathan	6	Mathias	7	Niki	18	Tora	6

Hvis man skulle lave en hyppighedstabel over disse observationerne vil der blot være en observation ud for de fleste fraværsdage, hvilket man ikke kan bruge til noget. Vi er med andre ord nød til at gruppere observationerne i intervaller så flere observationer tælles sammen. I eksemplet ovenfor vil det være praktisk at gruppere observationerne i intervaller på 10 som følger:

Fraværsdage	Antal
[0; 10[	15
[10; 20[	7
[20; 30[	1
[30; 40[	1
[40; 50[	1

**Angivelse af intervaller:**

Ovenfor i tabellen benyttes nogle underlige kantede parenteser til at angive forskellige intervaller i fraværsdage! I matematik er et interval alle tal imellem to tal f.eks. fra 0 til 10. Intervallet markeres med [eller med] også kaldt en klamme. Klammen kan enten vende væk fra tallet, hvilket betyder at tallet ikke er med i intervallet - eller klammen vender ind mod tallet hvilket betyder at tallet er med. Det giver mere mening ved at se på de 4 forskellige intervaller der kan være imellem 0 og 10:

- $[0; 10]$ = **lukket interval** med alle tal fra 0 til 10 hvor 0 og 10 er med!
- $]0; 10]$ = **halv åbent interval** med alle tal fra 0 til 10 hvor 0 ikke er med mens 10 er med!
- $]0; 10[$ = **åbent interval** med alle tal fra 0 til 10 hvor 0 og 10 ikke er med!
- $[0; 10[$ = **halv åbent interval** med alle tal fra 0 til 10 hvor 0 er med men ikke 10

Brusebad & tid:

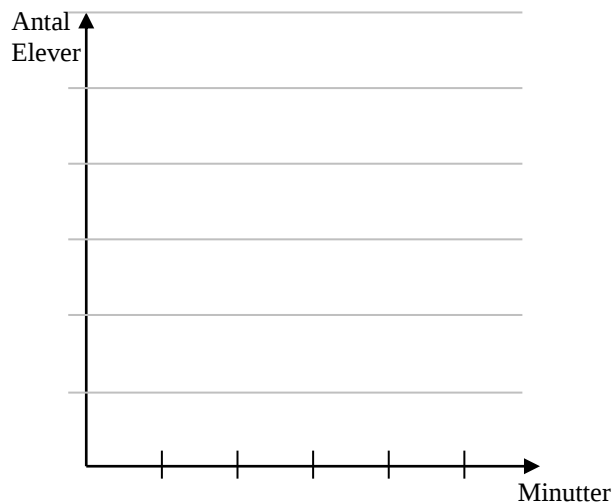
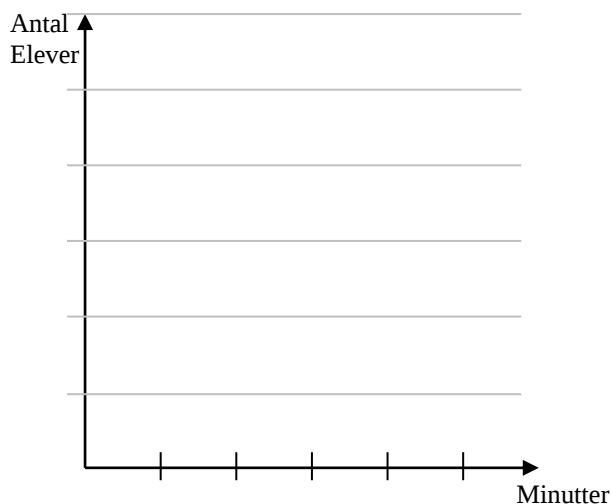
9 klassen har foruden alkohol også været med i en undersøgelse om brusebad-tider! Nogen bruger lang tid andre kortere tid! Nedenfor kan du se hvor lang tid de brugte på badningen!

Helena ♀	2:05	Andre ♂	4:56	Jane ♀	6:58	Dan ♂	7:21	Jack ♂	3:25
Sabina ♀	8:22	Elvira ♀	11:22	Geo ♂	5:43	Agnes ♀	5:46	Chili ♀	21:39
Ejnar ♂	5:59	Kamille ♀	10:15	Stephanie ♀	4:35	Fares ♂	24:45	Betsy ♀	7:05
Dorthe ♀	6:30	Kenzo ♂	3:22	Torben ♂	1:58	Alex ♂	17:23		
Gunnar ♂	2:43	Rass ♂	8:32	Lancelot ♂	15:59	Katja ♀	9:45		

Opgave 6: Grupper observationerne i 3 minuts intervaller og lav en hyppighedstabel for både drenge & piger! Lav herefter et pinde/histogram over brusebadstiden og sammenlign og vurder piger & drenge badetider!

Pige Bad	Antal
[0; 3[	
[3; 6[	
[6; 9[	
[9; 12[	
[12; ∞[	

Drenge Bad	Antal
[0; 3[	
[3; 6[	
[6; 9[	
[9; 12[	
[12; ∞[	



Vurdering: _____

Ekstra Opgave 3: Beregn gennemsnits badetiden vha. statistikken (antag at [3;6[f.eks. er 3,5 minut osv.) og beregn hvor mange m³ en person bruge på et år hvis personen går i bad hver dag! (NB: En bruser bruger 20 liter i minuttet)

Facit: 0 1 1 2 2 2 3 3 4 5 5 7 12 58 61 102

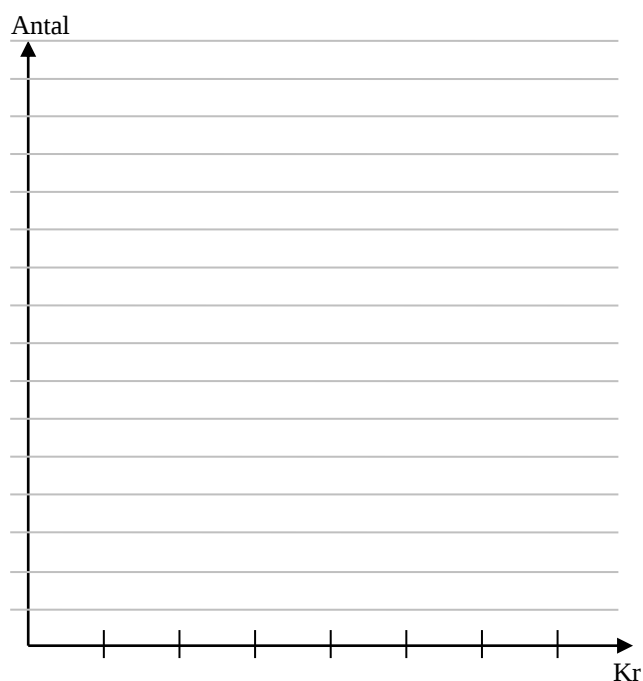
Opgave 6: Nedenfor ses 2 bon'er fra en families uge indkøb hos henholdsvis Fakta & Netto! Lav en hyppighedstabel for hver bon i grupperede intervaller på 5 kr og sammenlign de to indkøb!

akta	Pris	Netto	Pris
Aften	8,95	Aften	6,25
Aften	10	Aften	9,95
Aften	15	Aften	5
Aften	12,5	Aften	4,95
Aften	9,95	Aften	9,74
Aften	2,5	Aften	9,74
Aften	2,5	Aften	9,74
Aften	9,95	Aften	20
Aften	14,5	Aften	9,95
Aften	12,5	Aften	7
Drikke	10	Aften	12
Drikke	10	Aften	12
Frokost	26,95	Aften	12
Frokost	10	Aften	12
Frokost	10	Drikke	20
Frokost	9,95	Drikke	20
Frokost	15,95	Drikke	20
Frokost	12,95	Drikke	20
Frokost	15,95	Drikke	20
Frokost	14,95	Drikke	12
Grønt	11	Drikke	12
Grønt	6	Frokost	15,95
Grønt	15	Frokost	15,95
Grønt	8	Frokost	6,95
Grønt	13	Frokost	19,9
Grønt	15	Frokost	22
Grønt	10	Grønt	10
Grønt	6	Grønt	10
Grønt	8	Grønt	4
Hus	29,95	Grønt	4
Morgen	18,95	Grønt	13
Morgen	13	Grønt	13
Morgen	32	Grønt	3
Morgen	5,95	Grønt	3
Morgen	5,95	Grønt	14
Morgen	5,95	Grønt	11
Morgen	5,95	Grønt	7
Morgen	5,95	Hus	50
Morgen	5,95	Morgen	12,95
		Morgen	15,95
		Morgen	5,95
		Morgen	6,95
		Morgen	7,95
		Morgen	8,95
		Morgen	9,95
		Morgen	10,95

Fakta	Antal
[0;5[	
[5;10[	
[10; 15[	
[15; 20[	
[20;25[	
[25;30[	
[30; ∞]	

Netto	Antal
[0;5[	
[5;10[	
[10; 15[	
[15; 20[	
[20;25[	
[25;30[	
[30; ∞]	

Tegn begge 2 kurver over hyppighederne



Vurder: _____

Facit: 0 0 1 1 2 2 4 4 5 6 7 12 14 14 14 15 18

Nøjagtig Aflæsning af Diagrammer (med lineal):

Diagrammet er i virkeligheden en slags målestokstegning der er tegnet i et bestemt forhold. Dette forhold kan man finde ved at måle hele y-aksens længde og derefter finde ud af hvad 1 cm svarer til. Nedenfor ses diagram med mennesker i EU.

Dvs. at der må gælde følgende for diagrammet:

$$5,2 \text{ cm} = 100.000.000 \text{ mennesker}$$

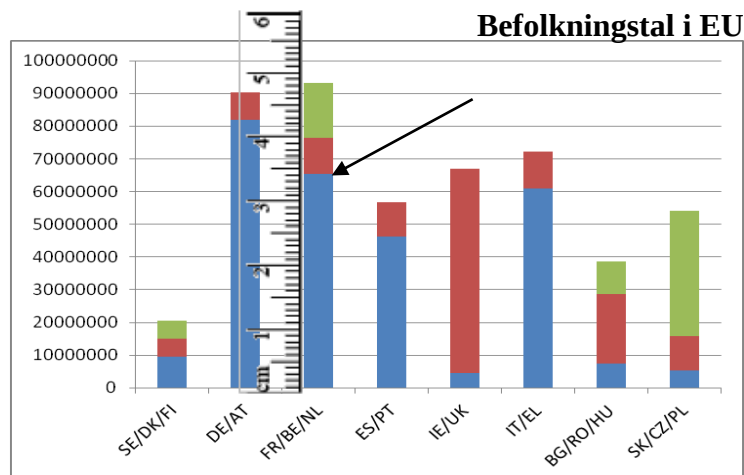
(linealen).

$$1 \text{ cm} = \frac{100.000.000}{5,2} = 1.923.076 \approx 1,9 \text{ mio}$$

Nu kan man nøjagtig aflæse diagrammet ved brug af vores lineal og forholdet der er 1:1,9 mio mennesker:

Frankrig (FR): 3,4 cm (aflæst med lineal)

$$\text{Mennesker} = 3,4 * 1,9 = 6,46 \text{ mio mennesker}$$

**Nøjagtig aflæsning af Cirkeldiagram:**

Cirkeldiagrammet er 360° hele cirklen rundt som svarer til 100 %. Cirklen er inddelt i lagkage/pizzastykker der hver er på et bestemt antal grader der så igen svarer til en bestemt procent! Når man derfor skal aflæse et cirkeldiagram er man derfor nød til, at måle hvert stykke i cirklen med en vinkelmåler. For at aflæse vinklen nøjagtig er man ofte nød til at forlænge siderne i stykkerne som vist på figuren!

Beregning: For cirklen må gælde at:

$$100 \% = 360^\circ \text{ hvor det så må gælde at}$$

$$1 \% = \frac{360}{100} = 3,6^\circ$$

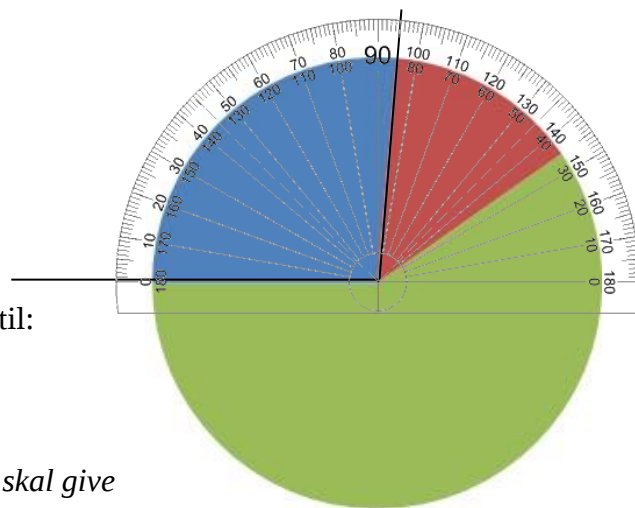
Vi ser at stykket på figuren svarer til 95° dvs. at det svarer til:

$$\% = \frac{95}{3,6} = 26,4 \%$$

Man skal være opmærksom på at *alle stykker lagt sammen skal give 360° og alle procenter lagt sammen skal give 100 %!*

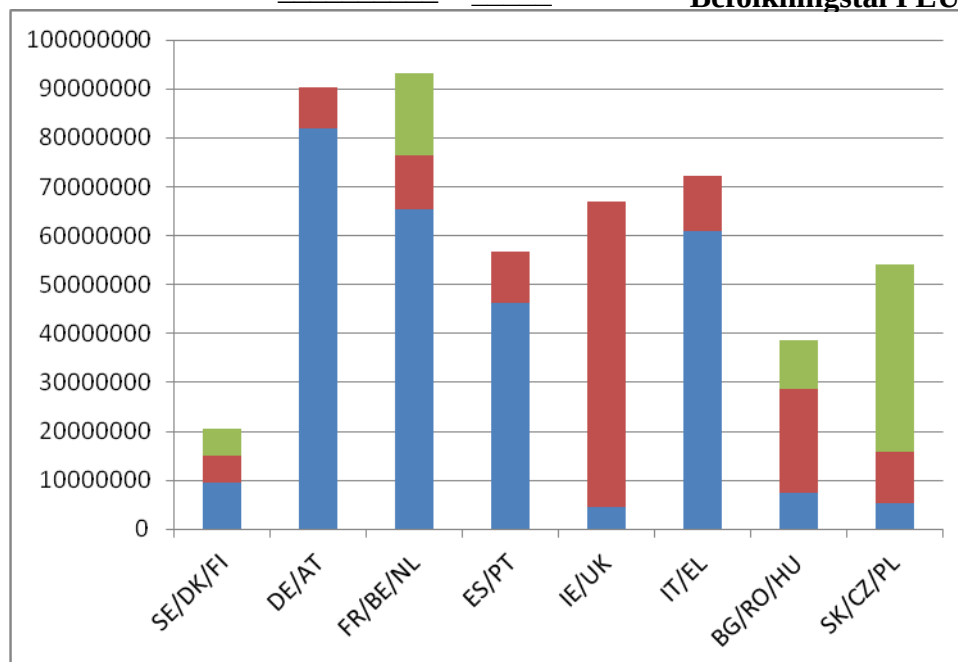
Hvis de 26,4 % skal tages af en bestemt mængde f.eks. 52 kan dette gøres ved:

$$\text{Procentdel} = 26,4/100 * 52 = 0,264 * 52 = 13,7$$



Opgave 7: Aflæs diagrammerne

Målestok 1 cm = _____ = _____ ~ _____ mio **Befolkningstal I EU**



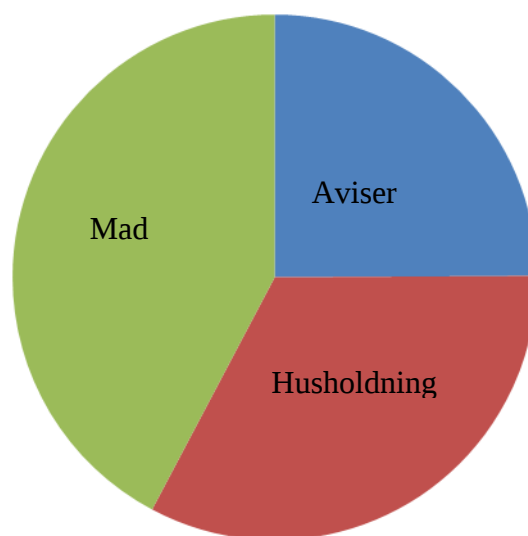
Tyskland (DE) = _____ = _____ mio

Belgien (BE) = _____ = _____

Polen (PL) = _____ = _____

UK = _____ = _____

Fordeling af Reklamer nr Uge



	Grader	Udregn	%	Udregn	Vægt (g)
Avis					
Hus					
Mad					
I alt	360		100		1.100 g

NB: når vægten skal beregnes skal % tages af de 1.100 g

Ekstra Opgave 4:

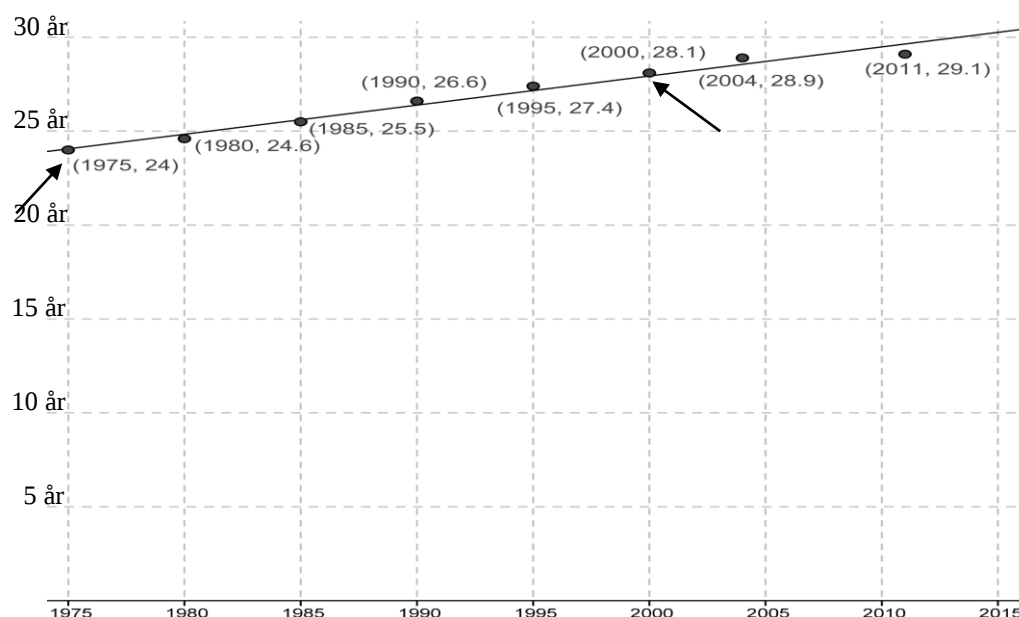
- a) I DK er der ca 2,6 mio husstande! Beregn hvor mange tons Aviser & Reklamer (Hus+Mad) der deles ud hvert år i DK når 30 % har "reklamer nej tak" skilt! (**NB:** 52 uger/år)
- b) Beregn hvor mange af disse tons der genbruges hvis man antager at 60 % genbruges!

Facit: 10,8 13,8 15,4 25 33 38,5 42 61,6 78,2 81,6 90 119 132 151 275 363 462 48.158 69.155 115.258 149.258

Statistik og Udvikling (Lineær Regression):

Statistik bliver ikke kun benyttet til at analysere virkeligheden den kan også fortælle os noget om den fremtidige udvikling. *Med andre ord kan man bruge statistik til sandsynlighedsregning!*

I koordinatsystemet nedenfor kan du se alderen for førstegangsfødende kvinder siden 1975 og til 2011! Umiddelbart ligger punkterne ikke på en ret linje men med lidt god vilje kan lægge en ret linje ind oven på grafen. Denne rette linje kan man bruge til at forudsige den fremtidige udvikling hvis vi antager, at udviklingen der er nu forsætter i fremtiden!! Dette kalder man for *lineær regression*!



Beregning af linjens hældning:

Den rette linje har en bestemt hældning der angiver *hvor meget den stiger pr år!* Hvis man kender denne hældning kan man også beregne hvordan udviklingen vil være år ude i fremtiden!

For at kunne beregne hældningen er det nødvendigt med *to punkter på linjen der er nemme at aflæse*. De to punkter må også godt være placeret langt fra hinanden! På grafen er 2 punkter udvalgt og markeret med pile Start punkt (1975; 24) og Slut Punkt (2000; 28,1):

$$\text{Hældning} = \frac{\text{SlutY} - \text{StartY}}{\text{SlutX} - \text{StartX}} = \frac{28,1 - 24}{2000 - 1975} = 0,164 \text{ (dvs. at alderen stiger med 0,164 år pr år)}$$

Hvis man tager udgangspunkt i at førstegangsfødendes alder i 2000 er 28,1 vil den derfor 20 år senere være:

$$2020 = 0,164 * 20 + 28,1 \approx 31,38 \text{ år}$$

Man skal altid huske at dette tal forudsætter at udviklingen forsætter i fremtiden - som ingen jo kender! Man kunne også have gjort dette ved blot at forlænge den rette linje videre!

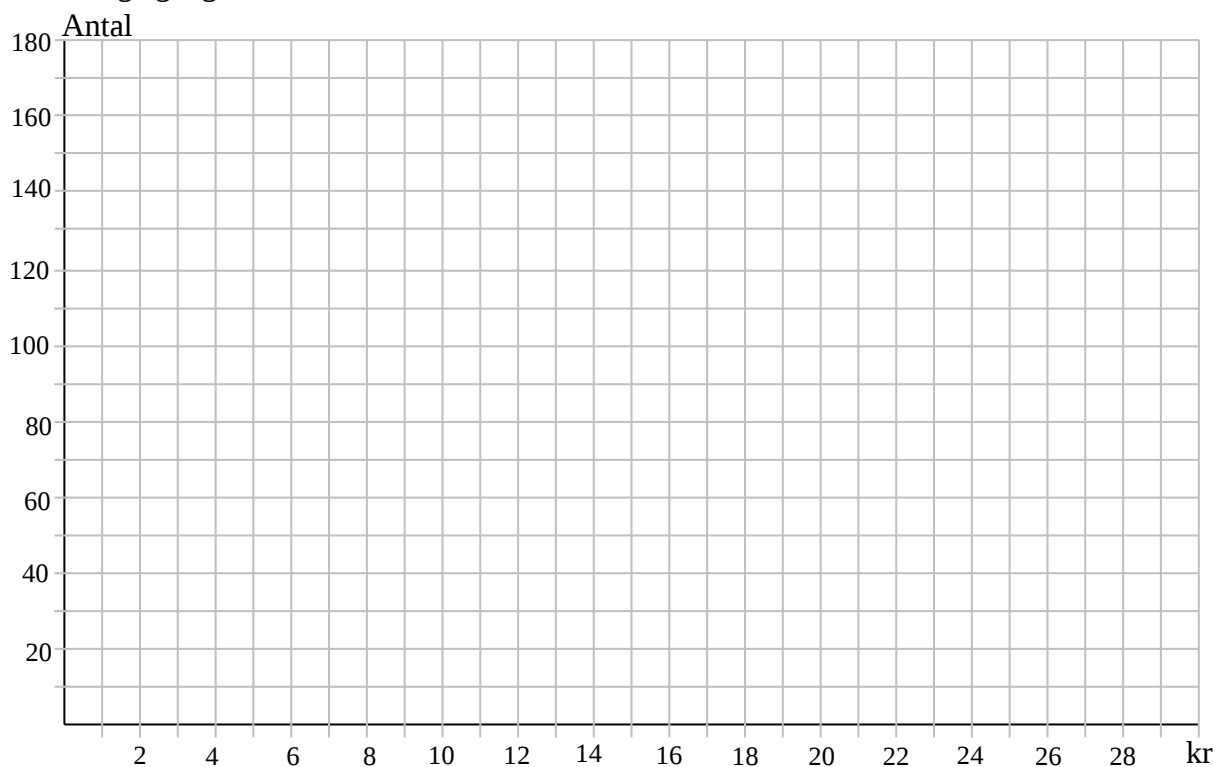
Boller hos bageren

En bagerbutik sælger wienerbrød (suprise) og har gennem en længere tid ændret prisen og samtidig registreret, hvor mange wienerbrød de solgte. Bageren havde en ide om at prisen påvirkede, hvor mange wienerbrød de kunne sælge! Salget er vist i tabellen her!

Pris (kr)	Antal	Pris (kr)	Antal
8	120	18	81
9	130	19	58
10	80	20	20
11	82	21	60
12	110	22	48
13	95	23	15
14	82	24	28
15	90	25	35
16	35	26	20
17	63		

Opgave 8: Du skal plotte prisen og det solgte antal ind som koordinatpunkter i koordinatsystemet nedenfor! Læg

herefter en ret linje ind som gennemgået under lineær regression! Du skal herefter finde ud af, hvor mange wienerbrød bageren kan regne med at sælge hvis prisen er 5 kr og 29 kr? Man kan med fordel bruge geogebra!



Antal solgte wienerbrød ved 5 kr = _____ (aflæst)

Antal solgte wienerbrød ved 29 kr = _____ (aflæst)

Ekstra Opgave 5: Find linjens ligning ved brug af Geogebra!

$$y = ______ x + ______$$

Skriv punkterne ind i regnearket i Geogebra. Marker punkter->højreklik->lav->liste af punkter

Punkterne er nu plottet ind! Marker dem alle og vælg 4 ikon->Bedste Rette linje!

Facit: -5,4 -3,2 1 3 130 142 157,75 162,57

Kombinatorik:

Kombinatorik er en metode til, at beregne på hvor mange måder man kan sætte forskellige ting sammen – dvs. kombinere dem på.

Kombinationstabel:

Hvis man har to forhold, som kan antage forskellige værdier, og man skal finde antallet af kombinationer imellem dem kan man anvende en kombinationstabel. Et klassisk eksempel på det er ved kast med 2 terninger. Hver terning kan have 6 udfald når den kastes hvilket kan sættes op i en tabel:

	1	2	3	4	5	6	← <u>Terning 1</u>
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	

Terning 2 →

Dvs. 2 terninger giver altså 36 mulige kombinationer.

Opgave 9: Lav kombinationstabellerne for forholdene og find antallet af kombinationer.

- Two mønter (plat, krone) kastes samtidig. På hvor mange måder kan de lande?
- Hvor mange forskellige dansepar (pige+dreng) kan man lave af Pia, Søs, Mia, Bo, Jens & Per
- En Opel, Fiat og en Mercedes fås i rød, sort, hvid, sølv, blå. Hvor mange forskellige biler kan der fås?
- En mand har XY kromosom og en Kvinde XX. Hvor mange forskellige kombinationer kan der komme når de får børn!

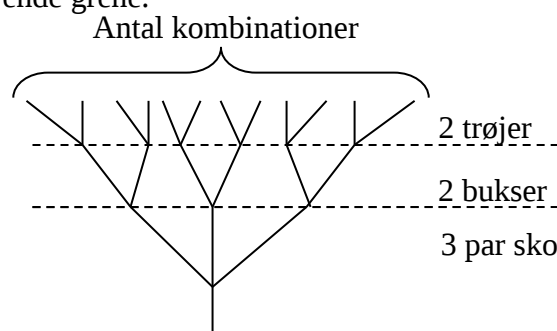
Facit: 2 4 4 9 12 15 18

Tælletræet:

I et tælletræ tilføjes der en nyt sæt grene for hver kombinations mulighed. Når alle muligheder er lavet til grene kan antallet af kombinationer tælles ved at tælle ende grene.

Eks: En pige har 3 par sko, 2 par bukser og 2 trøjer. På hvor mange måder kan man kombinere tøjet:

Resultatet findes ved at tælle ende grene tælles og her ses at de kan kombineres på 12 forskellige måder.

**Multiplikations/gange princippet:**

Et tælletræ bliver hurtigt meget stort og forgrenet! Træet er derfor sjældent en effektiv løsning men det er derimod multiplikations princippet. Princippet går ud på, at man blot *ganger de forskellige muligheder med hinanden*. Hvis vi ser på opgaven på forrige side hvor en pige har 3 par sko, 2 par bukser og 2 trøjer bliver kombinationerne således nemt at beregne:

$$\text{Kombinationer} = 3 * 2 * 2 = 12 \text{ kombinationer.}$$

Opgave 10: Beregn antallet af kombinationer vha. *multiplikations princippet*.

- På en restaurant kan man vælge imellem 2 forretter, 5 hovedretter og 3 desserter. Hvor mange forskellige 3 retters menuer kan man bestille?
- Når man bestiller en bil kan man selv bestemme følgende ting: farve (12 forskellige), med og uden elruder, med og uden aircondition, med og uden soltag, med og uden alufølge samt om motoren skal køre på diesel, benzin eller el. Hvor mange forskellige biler kan man få?
- En pige har 2 hårfarve midler, 3 læbestifte og 6 neglelak. På hvor mange måder kan denne pige se ud?
- En fabrik laver vingummier i 8 forskellige former med 6 forskellige farver og 10 forskellige smagsvarianter. Hvor mange forskellige kombinationer af vingummi laves?
- På en restaurant er der tagselv softice! Man kan vælge imellem 2 slags is, Chokolade/Karamel/Jordbær/Lakrid toppings samt 6 forskellige drys. På hvor mange forskellige måder kan man lave sin softice?

Facit: 28 30 36 39 48 358 480 576 620

Kombinatorik med stikprøver:

En stikprøve er når man *tager en ting ud af en bestemt mængde*. Det kan f.eks. være at man har en pose med 4 kugler i. Når man tager en stikprøve tager man så en tilfældig kugle op af posen og kigger på hvad det blev. Når man snakker stikprøver deles den op i forskellige kategorier:

- Uden tilbagelægning: Prøven lægges ikke tilbage i mængden.
- Med Tilbagelægning: Prøven lægges tilbage i mængden igen.

Kombinatorik med Stikprøve uden tilbagelægning (uordnet):

Vi skal finde ud af på hvor mange måder man kan tage en stikprøve ud af en mængde. Lad os se på posen med de 4 kugler. På hvor mange forskellige måder kan man trække 3 kugler op af posen? Første gang vi trækker er der 4 kugler at vælge imellem. Dvs. vores tælletræ har 4 grene. Herefter er der jo kun 3 kugler at vælge imellem. Dvs. hver af de 4 grene får 3 nye grene. Sidst er der kun 2 kugler at vælge imellem. Ved at bruge multiplikationsprincippet fås:

$$\text{Kombinationer} = 4 * 3 * 2 = 24 \text{ kombinationer}$$

Matematikere har samlet dette til følgende formel som lommeregneren også kan bruge:

$$P(n, r) = n * (n - 1) * (n - 2) * (n - 3) * \dots$$

r gange

$$P(4, 3) = 24$$

hvor n = mængden, r = antal stikprøver og P = permutationer

Opgave 11: Benyt princippet bag stikprøver uden tilbagelægning til at løse opgaverne.

- I en æggebakke er der 6 æg. På hvor mange måder kan man placere æggene?
- Et flag har 3 felter! Hvor mange forskellige flag kan man lave med 5 farver når man kun må bruge en farve en gang i flaget?

--	--	--
- I en klasse er der 12 drenge. Hvor mange forskellige hold af 2 kan man lave til en bordtenniskamp?
- En kode på 4 cifre består af tal fra 1 - 9 men hvert tal må kun bruges en gang i koden! Hvor mange forskellige koder kan man lave?
- I en pose er der 20 kugler. På hvor mange måder kan man trække 5 kugler ud fra posen?

Facit: 48 60 132 142 720 3.024 1.860.480 2.128.200

Kombinatorik med stikprøve med tilbagelægning (ordnet):

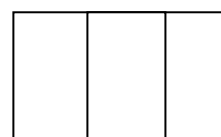
I denne type af stikprøve lægges prøven tilbage igen. Hvis vi kigger på posen med de 4 kugler betyder det at kuglen lægges tilbage. Dvs. at der ved hver stikprøve er det samme antal kugler og valgmuligheder nemlig 4. Hvis vi tager 3 kugler op af posen må det give:

$$\text{Kombinationer} = 4 * 4 * 4 = 4^3 = 64$$

Matematikere har samlet dette til følgende formel:

$$\mathbf{P_m(n, r) = \underbrace{n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{r \text{ gange}} = n^r} \quad P_m(4,3) = 4^3 = 64$$

hvor n = mængden, r = antal stikprøver



Opgave 12: Benyt princippet bag stikprøver med tilbagelægning til at løse opgaverne.

- Et flag har 3 felter. Hvor mange forskellige flag kan man lave ud af 5 farver når farverne godt må gå igen?
- Et telefonnummer består af 8 cifre. Hvert af disse cifre kan være et tal fra 0 til 9. Hvor mange forskellige telefonnumre kan man lave?
- En gammel basta lås har 6 forskellige pinde som hver kan være i 3 positioner (ind, midt og ud). Hvor mange forskellige låse kombinationer kan man lave?
- En adgangskode består af 4 tegn. Et tegn kan enten være et ciffer eller et bogstav (28 forskellige). Hvor mange forskellige koder kan man lave?
- Tip en 13'er har 3 svarmuligheder for hver kamp. På hvor mange forskellige måder kan man udfylde en tipskupon?
- Beregn hvor mange forskellige nummerplader man kan lave? En nummerplade består af 2 bogstaver (28 forskellige) og 5 cifre?
- I en prøve er der 4 svarmuligheder i 8 spørgsmål. På hvor mange forskellige måder kan man svare på prøven?

Facit: 125 252 729 48.250 65.536 1.594.323 2.085.136 3.250.438 78.400.000 100.000.000
121.000.000

Opgave 13: Omskriv brøkerne til procent. Husk $1/8$ er halvdelen af $1/4$, $1/6$ halvdelen af $1/3$ osv.

- a) $\frac{1}{2} = \underline{\quad\quad\%}$ c) $\frac{3}{4} = \underline{\quad\quad\%}$ e) $\frac{2}{3} = \underline{\quad\quad\%}$ g) $\frac{7}{10} = \underline{\quad\quad\%}$ i) $\frac{1}{6} = \underline{\quad\quad\%}$
 b) $\frac{1}{4} = \underline{\quad\quad\%}$ d) $\frac{1}{25} = \underline{\quad\quad\%}$ f) $\frac{1}{8} = \underline{\quad\quad\%}$ h) $\frac{1}{5} = \underline{\quad\quad\%}$ j) $\frac{3}{5} = \underline{\quad\quad\%}$

Sandsynlighed:

Sandsynlighed handler om, at kunne beregne chancen for at noget bestemt sker. Det som sker kaldes for et *udfald* og hvis dette udfald var hvad vi havde håbet på kaldes det for et *gunstigt udfald* (gunstig= til ens fordel). Sandsynligheden for, at et *gunstigt udfald* indtræffer, må nødvendigvis afhænge af hvor mange forskellige *udfald* der er. Når man kaster en mønt er der to mulige *udfald* – men vi håber kun på, at det er den ene side som vender op ad, hvilket der logisk må være 50 % chance for. Omvendt har en terning 6 forskellige udfald fordi den har 6 tal. Derfor må chancen for at få slå en 6'er være en ud af 6 ($1/6$) = 16,7 %.

Dvs. at vi kan stille sandsynligheden op som en brøk:

$$\text{Sandsynligheden} = \frac{\text{gunstige_udfald}}{\text{mulige_udfald}}$$

Eksempel: Hvad er sandsynligheden for at trække en konge i et kortspil 52 kort?

$$\text{Sandsynlighed for konge} = \frac{4}{52} * 100 \% = 7,7 \%$$

Opgave 14: Beregn sandsynlighederne i tekststykkerne (afrund til helt tal)

- Hvad er sandsynligheden for at trække et hjerter kort?
- Hvad er sandsynligheden for ikke at trække et billedkort?
- Hvad er sandsynligheden for slå en 1'er eller 2'er med en terning?
- I en pose er der 3 hvid kugler og 7 sorte. Hvad er sandsynligheden for at vælge en sort kugle fra posen?
- En klasse består af 8 piger og 12 drenge. Hvad er sandsynligheden for at vælge en dreng i klassen?

Facit: 4 8 12,5 16,7 20 22 25 25 33,3 50 58 60 60 66,7 70 70 71 75 77 82

Ekstra Opgave 6: Løs de simple sandsynligheds stykker. (ingen lommeregner – brug brøkerne)

- I spejdernes lokale tombola er der 200 lodder. Peter køber 5 lodder. Hvad er sandsynligheden for at han vinder præmien som er en lækker sovepose?
- Jens skal tilfældigt vælge en farve fra en æske. I æsken er der 30 forskellige farver. Hvad er sandsynligheden for at vælge en rød farve hvis der er 5 forskellige røde farver?
- I et lykkehjul er der 100 numre. Bibi køber 8 numre. Hvad er hendes sandsynlighed for at vinde?
- Frederik går i en klasse med 20 elever. Hver elev har en seddel med sit navn på som lægges i en pose. Hvad er sandsynligheden for at Frederik står på sedlen?

Sandsynlighed ved højest, mindst, ikke eller enten:

Ofte i sandsynlighedsregning er det ikke et udfald som er gunstigt men en gruppe af udfald som giver gevinst. For at afgøre grupperne bruges 4 ord: Højest, mindst, ikke & enten

- **Højest:** alle udfald indtil og med det højeste udfald!
- **Mindst:** alle udfald højere og med det mindste udfald!
- **Ikke:** alle andre udfald end selve udfaldet!
- **Enten:** den samlede sandsynlighed for 2 eller flere udfald!

Eksempel: *Hvad er sandsynligheden for højest at slå en 4'er med en terning?* $\frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 66\%$

Opgave 15: Beregn sandsynlighederne når der er flere gunstige udfald. (afrund til 1 decimal)

- Hvad er sandsynligheden for mindst at slå en 3'er med en terning?
- Hvad er sandsynligheden for ikke at slå en 6'er med en terning?
- I et lotteri er der 20 numre. Hvad er sandsynligheden for mindst at trække nr 12?
- I et lotteri er der 10 numre. Hvad er sandsynligheden for højest at trække nr 3?
- Hvad er sandsynligheden for højest at trække en 7'er i et kortspil? (es tæller for 1)

Facit: 2,5 3,8 5 8 16,7 25 30 45 53,8 66,7 73,8 83,3

Sandsynlighed ved stikprøver:

I det følgende skal vi se på hvordan man beregner sandsynligheden for, at flere stikprøver/hændelser indtræffer efter hinanden! Vi kan her genbruge *multiplikationsprincippet* fra kombinatorik således, *at sandsynlighederne for hver stikprøve multipliceres/ganges med hinanden!* Man inddeler stikprøverne i: uden tilbagelægning og med tilbagelægning!

Stikprøve uden tilbagelægning: Posen med kugler (bedre kendt som Lotto)

En pose er fyldt med 3 hvide og 7 sorte kugler. *Hvad er sandsynligheden for at trække 2 hvide kugler op af posen efter hinanden?* Kuglerne lægges ikke tilbage i posen hvilket betyder, at de mulige udfald bliver mindre (altså uden tilbagelægning!)

$$\text{Sandsynlighed første udtrækning} = \frac{3}{10} = 30 \% \text{ (der er nu herefter kun 2 hvide kugler tilbage!)}$$

$$\text{Sandsynlighed anden udtrækning} = \frac{2}{9} = 22,2 \% \text{ (der er jo kun 9 kugler tilbage i posen nu!)}$$

$$\text{Samlet sandsynlighed} = \frac{3}{10} * \frac{2}{9} = \frac{6}{90} * 100 = 6,7 \% \text{ (kan også skrives: } 0,3 * 0,222 = 0,067 \text{)}$$

Opgave 16: Beregn sandsynlighederne uden tilbagelægning!.

- I en pose er der 5 hvide kugler og 10 røde kugler. Hvad er sandsynligheden for at trække 2 røde kugler op af posen?
- Hvad er sandsynligheden for at trække 3 hvide kugler?
- Hvad er sandsynligheden for at trække 2 spar i træk i et kortspil?
- Hvad er sandsynligheden i promille ‰ for at trække 4 billedkort i træk?
- I en pose med 25 karameller er der 5 med lakrids. Hvad er sandsynligheden for at trække 2 lakrids karameller i træk?

Ekstra Opgave 7: I lotto trækkes lod imellem 36 tal. *Hvad er sandsynligheden for at få 7 rigtige?* (**Husk:** man har selv 7 tal på sin lotto kupon og udtrækningen skal ramme de 7 tal)

Facit: 0,000012 0,00028 1,8 2,2 3,3 4,8 5,9 32 42,9 52,8

Sandsynlighed ved stikprøve med tilbagelægning:

Når man har en række af udfald hvor vores stikprøve lægges tilbage bliver antallet af mulige udfald ikke mindre. Et klassisk eksempel på dette er terningekast hvor hver terning repræsenterer en stikprøve.

Eksempel: Hvad er sandsynligheden for at slå tre 6'ere med en terning?

$$\text{Sandsynlighed} = \frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{1}{6} * 100 = 0,5 \%$$

Opgave 17: Løs sandsynlighedsopgaverne ved terningekast

- a) Hvad er sandsynligheden for at slå tre ulige tal med 3 terninger?
- b) Hvad er sandsynligheden for at slå to ens med 2 terninger?
- c) Hvad er sandsynligheden for at alle øjne højst er 4 ved terningekast med 4 terninger?
- d) På en cd er der 12 sange. Hvad er sandsynligheden for at afspilleren vælger at afspille den samme sang 2 gange i træk (hvis afspilleren er sat til tilfældig rækkefølge!)
- e) Hvad er sandsynligheden for, at et par får 2 drenge i? (for dreng = 51 % chance)
- f) På en roulette er der 37 felter (18 sorte, 18 hvide & 1 grøn som er 0). Hvad er sandsynligheden for at vinde 2 gange i træk hvis man lægger det hele på sort?
- g) I tip en 13'er er der 13 spørgsmål/kampe hvor der til hver kamp er 3 svarmuligheder. Hvad er sandsynligheden for at få alle 13 spørgsmål rigtige?

Ekstra opgave 8:

- a) I en multiplechoice prøve er der 5 spørgsmål med hver 4 svarmuligheder! Hvad er sandsynligheden for at få alle rigtige?
- b) Hvad er sandsynligheden for at svare forkert på alle spørgsmål i en prøve med 20 spørgsmål med hver 4 svarmuligheder?

Facit: 0,00003 0,00006 0,097 0,12 0,3 0,7 12,5 16,7 19,8 23,7 24 26

Opgave 18: Repetition af Kombinatorik & Sandsynlighed

- a) Hvad er sandsynligheden for at en lærer tilfældigt vælger den samme elev 2 gange til at være ordens duks - hvis der er 22 elever i klassen?
- b) Hvad er sandsynligheden i promille ‰ for, at den samme person både bliver kattedronning og kattekonge til fastelavn hvis der er 24 børn til tøndeslagning?
- c) Bente kan lide lakrids karameller. I en pose er der 30 karameller og ud af disse er 5 lakrids karameller. Den første hun tager op af posen er ikke en lakrids karamel og derfor lægger hun den tilbage igen (med tilbagelægning). Uheldigvis for hende er den næste hun tilfældigt vælger heller ikke en lakrids karamel. Hvad er sandsynligheden for dette uheld?
- d) I en pose blomster er der 2 røde og 10 gode blomster. Bertram tager først en røde blomst op af posen men lægger den tilbage (i stedet for at smide den ud!). Hvad er sandsynligheden for at han vælger en røde blomst to gange i træk?

Additions/Plus princippet:

Vi skal se på hvad sandsynligheden er for at slå to 6'ere med 3 terninger?

$$\text{Sandsynlighed to 6'ere} = \frac{1}{6} * \frac{1}{6} * \frac{5}{6} * 100 = 2,3 \%$$

Den sidste terning er jo ikke en 6'er så derfor er der 5 at vælge imellem!

De 2,3 ‰ i sandsynlighed er jo kun for kombinationen 6,6,X. Hvad med 6,X,6 eller X,6,6? De tæller jo også med. Derfor bliver vi nød til at lægge disse sandsynligheder til!

$$\text{Samlet sandsynlighed} = 3 \text{ kombinationer} * 2,3 \% = 6,9 \%$$

Ekstra opgave 9: Brug additions princippet

- a) Hvad er sandsynligheden for at slå tre 6'ere med 4 terninger?
- b) Hvad er sandsynligheden for at trække 4 kort og få 3 billedkort ud af de 4 kort?
- c) Hvad er sandsynligheden for at få en 12'er i Tip en 13'er. Dvs. at 12 ud af de 13 spørgsmål er rigtige (husk 3 svarmuligheder til hvert spørgsmål)

Facit: 0,0016 0,005 0,2 0,8 1,54 1,7 2,8 3,2 5,4 69,4 72,8

Opgave 19: Repetitionsopgaver

- a) Beregn gennemsnittet af: 15, -5, 13, 18, -3, -10, 21, 17

Karakterer: 7 4 4 7 10 12 12 7 7 12 7 7 0 7 10 10 12 12 10 7

- b) Bestem typetallet af karaktererne ovenfor?
- c) Bestem karaktergennemsnittet?
- d) Bestem medianen af karakterne?
- e) På en restaurant kan man vælge imellem 4 forretter, 5 hovedretter og 5 desserter. Hvor mange forskellige 3 retters menuer kan man vælge imellem?
- f) Hvad er sandsynligheden for at trække to es'er ud af et kortspil efter hinanden?
- g) I en klasse er der 12 drenge og 11 piger. På hvor mange forskellige måder kan man lave et dansepar (dreng+pige)?
- h) Hvad er sandsynligheden for at slå en 6'er med en terning 3 gange i træk?
- i) I en pose er der 20 kugler hvoraf de 8 er sorte. Hvad er sandsynligheden for at trække en sort kugle?
- j) Hvad er sandsynligheden for 2 gange i træk at trække en sort kugle fra posen?
- k) Hvad er sandsynligheden for kun at få piger hvis man får 3 børn? (50 % for pige!)

Ekstra Opgave 10:

- a) Hvad er sandsynligheden for tilfældigt at svare rigtig på 1 ud af 4 spørgsmål hvis der til hver spørgsmål er 3 svarmuligheder!
- l) 3 baser koder for en aminosyre! Hver base kan være af 4 forskellige typer: Adinin, Thymin, Cytosin og Guanin! Hvor mange forskellige kombinationer af 3 baser kan man lave?

Facit: 0,45 0,46 0,58 7 7 8,2 8,25 9,8 12,5 14,7 40 40 42 64 100 132 148

Mundtlig Eksamens Opgave:

Til mundtlig eksamen skal man ikke blot løse et problem matematisk man skal også kunne forklare hvorfor man har gjort som man har gjort!

Plastik & Genbrug: Nedenfor ses hvad en almindelig plastik affaldsspand indeholdt!

Type	Vægt g	Type	Vægt g	Type	Vægt g	Type	Vægt g
bakke	21	bakke	15	bakke	19	bakke	28
bakke	21	bakke	21	beholder	16	bakke	13
beholder	17	bakke	25	beholder	31	pålæg	19
låg	7	låg	8	beholder	48,5	låg	6
pålæg	13	bakke	11,5	bakke	22,75	pålæg	8
pålæg	11	pålæg	7	bakke	30	bakke	15
flaske	70	pålæg	10	bakke	6	bakke	15
flaske	43	låg	2	beholder	28		

Opgave 20: Kom med et bud på hvor stor en mængde plastik affald genbrugsstationerne landet over skal regne med at håndtere på ugebasis! Tag i dine udregninger udgangspunkt i, at affaldsspanden i tabellen ovenfor er repræsentativ & at der ca. i Danmark er 2,6 mio husstande! Interessante spørgsmål: *Hvad vejer plastik? Hvor meget plastik smider en husstand/familie ud hver måned? Hvor meget af den plastik ryger til genbrug?*